

Paulo Sérgio Teixeira do Prado
João dos Santos Carmo
(Org.)

Diálogos sobre ensino-aprendizagem da matemática

abordagens pedagógica e neuropsicológica



**CULTURA
ACADÊMICA**
Editora

*Diálogos sobre Ensino-
Aprendizagem da Matemática*

PAULO SÉRGIO TEIXEIRA DO PRADO
JOÃO DOS SANTOS CARMO
(ORG.)

*Diálogos sobre Ensino-Aprendizagem da Matemática:
abordagens pedagógica e neuropsicológica*

Marília/Oficina Universitária
São Paulo/Cultura Acadêmica

2016



CULTURA
ACADÊMICA 
Editora

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS

Diretor:

Dr. José Carlos Miguel

Vice-Diretor:

Dr. Marcelo Távella Navega

Conselho Editorial

Mariângela Spotti Lopes Fujita (Presidente)

Adrián Oscar Dongo Montoya

Ana Maria Portich

Célia Maria Giacheti

Cláudia Regina Mosca Giroto

Giovanni Antonio Pinto Alves

Marcelo Fernandes de Oliveira

Maria Rosângela de Oliveira

Neusa Maria Dal Ri

Rosane Michelli de Castro

Ficha catalográfica

Serviço de Biblioteca e Documentação – Unesp - campus de Marília

D536 Diálogos sobre ensino-aprendizagem da matemática : abordagens pedagógica e neuropsicológica / Paulo Sérgio Teixeira do Prado, João dos Santos Carmo (org.). – Marília : Oficina Universitária ; São Paulo : Cultura Acadêmica, 2016.

174 p. : il.

Inclui bibliografia

ISBN 978-85-7983-749-4 (impresso)

ISBN 978-85-7983-760-9 (digital)

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Ensino fundamental. 3. Educação de adultos. 4. Discalculia. 5. Neuropsicologia. I. Prado, Paulo Sérgio Teixeira do. II. Carmo, João dos Santos.

CDD 372.7

Editora afiliada:



Associação Brasileira de
Editoras Universitárias

Cultura Acadêmica é selo editorial da Editora Unesp

AGRADECIMENTOS

Não poderíamos deixar de registrar nossos sinceros e efusivos agradecimentos a todos os integrantes do grupo Análise do Comportamento e Ensino-Aprendizagem da Matemática (ACEAM), cujo empenho integral e incondicional tem tornado possível a realização e o sucesso de todas as edições do Colóquio sobre Ensino e Aprendizagem da Matemática.

Ao Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia sobre Comportamento, Cognição e Ensino (INCT-ECCE).

Ao Programa de Pós-Graduação em Psicologia da Universidade Federal de São Carlos (PPGPsi/UFSCar).

A todos os participantes e colaboradores do Colóquio sobre Ensino e Aprendizagem da Matemática.

SUMÁRIO

Prefácio	
<i>Verônica Bender Haydu</i>	9
Apresentação	
<i>Paulo Sérgio Teixeira do Prado; João dos Santos Carmo</i>	11
Capítulo 1	
Repensando o Ensino de Matemática na Educação Básica	
<i>Maria do Carmo de Sousa</i>	15
Capítulo 2	
Educação Matemática em Processos de EJA: Elementos para sua Fundamentação	
<i>José Carlos Miguel</i>	43
Capítulo 3	
Cognição Numérica: Contribuições da Pesquisa à Clínica	
<i>Flávia Heloísa dos Santos; Fabiana Silva Ribeiro;</i>	
<i>Paulo Adilson da Silva; Rosana Satiko Kikuchi; Juliana Molina;</i>	
<i>Marina Cury Tonoli</i>	63
Capítulo 4	
Visões Conflitantes sobre a Matemática: Possível Conciliação à Luz da Pesquisa Empírica	
<i>Paulo Estevão Andrade; Paulo Sérgio Teixeira do Prado</i>	99
Sobre os Autores.....	171

PREFÁCIO

Fiquei muito feliz com o convite para fazer o prefácio do livro *Diálogos sobre ensino-aprendizagem da matemática: abordagens pedagógica e neuropsicológica*, organizado por Paulo Sérgio Teixeira do Prado e João dos Santos Carmo. Esta obra revela o empenho de seus organizadores em divulgar trabalhos científicos desenvolvidos por eles e por outros pesquisadores brasileiros sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática. A divulgação feita por eles não se restringe à organização de livros como este, mas também na promoção de eventos, como os Colóquios sobre Ensino e Aprendizagem Matemática, na realização de palestras e comunicações orais, e na publicação de artigos científicos e capítulos de livros.

Os Colóquios, organizados pelo grupo Análise do Comportamento e Ensino-Aprendizagem da Matemática (ACEAM), congregam educadores, sejam eles do Ensino Fundamental, Médio e Superior, e estudantes que pretendem um dia atuar na área da Educação. Esse grupo se interessa por compreender melhor o processo de aprendizagem da Matemática, os procedimentos que viabilizam um ensino eficaz e eficiente desse comportamento, bem como a análise e a proposição de programas de intervenção psicológicos. A contribuição que eles vêm fazendo ao longo de vários anos é muito importante, principalmente diante do que se vê no cenário da Educação brasileira.

No que se refere ao ensino e à aprendizagem da Matemática, de forma específica, tem sido observados resultados preocupantes no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), no qual a nota média em “Matemática e suas tecnologias” foi a mais baixa dentre todas as áreas de conhecimentos avaliadas pela prova realizada em 2014, conforme destaca-

ram Juliana Espanhol e Ana Paula Lisboa (2015), ao resumirem os resultados do exame. Além disso, o desempenho dos estudantes foi pior em 2014 do que em 2013, tendo sido observada uma redução de 7,3% no índice de avaliação.

Os resultados de provas e exames, apesar de serem passíveis de críticas e terem que ser considerados de forma cuidadosa, revelam que o ensino de Matemática precisa ser revisto e aprimorado, o que não poderá ser feito sem uma revisão das políticas públicas, da participação da comunidade no controle das atividades das escolas e da interlocução com a produção de conhecimentos gerados nas universidades. Essa interlocução diz respeito, não apenas, ao tipo de conhecimento divulgado nessa coletânea de “Diálogos sobre ensino-aprendizagem da matemática: abordagens pedagógica e neuropsicológica”, mas também na capacitação e formação de educadores. Os cursos de Licenciatura devem renovar seus programas de formação de educadores com base na produção de conhecimento do intercâmbio ensino, pesquisa e extensão, tal como vem sendo proposto e discutido nos Colóquios sobre Ensino e Aprendizagem Matemática.

O desenvolvimento sustentável ou “sustentabilidade”, como tem sido denominado na mídia, é um desafio que prevê o bem-estar das futuras gerações. Um bem-estar em condições de igualdade e, ao se pensar na redução das desigualdades sociais, certamente a Educação é lembrada como fundamental. Assim, o desafio está nas ações que nós educadores podemos e devemos realizar, uma vez que, “a formação do capital humano é o caminho lógico a seguir”, conforme destacou Rodrigo Squizato (2006).

Verônica Bender Haydu¹

¹ Universidade Estadual de Londrina (UEL), Centro de Ciências Biológicas, Departamento de Psicologia Geral e Análise do Comportamento, Rod. Celso Garcia Cid, Km 380, Campus Universitário, CEP 86057-971, Londrina, PR. E-mail: veronichaydu@gmail.com.

APRESENTAÇÃO

A presente obra traz ao público os temas e diálogos promovidos por pesquisadores convidados nas diferentes edições do Colóquio sobre Ensino e Aprendizagem da Matemática. Os textos aqui reunidos são frutos de trabalhos apresentados numa das edições do evento, o qual é organizado pelo grupo Análise do Comportamento e Ensino-Aprendizagem da Matemática (ACEAM)¹ e faz parte da programação científica do Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia sobre Comportamento, Cognição e Ensino (INCT-ECCE)² e do Programa de Pós-Graduação em Psicologia (PPGpsi) da UFSCar. A primeira edição do colóquio ocorreu em 2008 e, tendo já ultrapassado a marca de 10 edições, o evento tem se consolidado como um espaço de diálogo entre educadores em geral, educadores matemáticos, estudantes de pós-graduação e de graduação, em torno de temáticas relacionadas ao ensino e aprendizagem da matemática. O objetivo principal é que esse espaço possibilite a divulgação e o debate de pesquisas conduzidas por pesquisadores de diversas áreas do conhecimento e de diferentes vertentes teórico-metodológicas, de todas as partes do país, gerando aproximação entre a academia e profissionais da educação. O público-alvo são professores do ensino fundamental e do médio, graduandos e pós-graduandos de Psicologia, Educação, Educação Especial e áreas afins, além de todos os interessados. Como estímulo à participação e forma de alcançar o maior número possível de pessoas, a inscrição tem sido gratuita e com direito a certificação.

Pretende-se, assim, oferecer uma contribuição, ainda que reconhecidamente modesta, porém, absolutamente imprescindível, para a re-

¹ <http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/8327539370184640> (ver também: <http://migre.me/l8lr3>).

² <http://inct.cnpq.br/web/inct-ecce> (ver também: <http://migre.me/l8lwc>).

dução da persistente distância entre a pesquisa científica feita na academia e a prática pedagógica em sala de aula. O Colóquio possibilita a exposição de pressupostos, procedimentos, dados, conclusões sem restrições quanto a filiação teórica ou de qualquer outra natureza. Os pesquisadores não precisam abandonar seus princípios e convicções nem assumir postura eclética. Mas, de alguma forma, as contribuições geradas por eles devem chegar ao conhecimento do profissional do ensino. Um dos méritos do Colóquio, portanto, é o de romper o isolamento por áreas de conhecimento e/ou vertentes teóricas, assim como por níveis de atuação. Esse espírito de *exposição de contrastes* se expressa no livro, que traz ao conhecimento do leitor pelo menos duas formas de se fazer pesquisa e pensar o ensino da matemática, razão pela qual ele foi organizado em duas seções, com dois capítulos cada.

Em seu capítulo intitulado: *“Repensando o ensino de Matemática na Educação Básica”*, e tal como a própria autora afirma na introdução, Maria do Carmo de Sousa apresenta uma breve retrospectiva das ideias subjacentes ao ensino de Matemática no Brasil nas últimas cinco décadas. Pressupostos teóricos e metodológicos da perspectiva lógico-histórica são expostos, bem como suas relações com os nexos conceituais da aritmética, da geometria e da álgebra, os quais fundamentam atividades de ensino que têm sido objetos de estudo de pesquisas sob sua orientação. Por fim, é feita uma descrição de uma atividade de ensino sobre o conceito de Função, na perspectiva lógico-histórica, a qual tem sido vivenciada por alunos de licenciatura em Matemática nas aulas de Metodologia de Ensino e frequentado algumas salas de aula do Ensino Médio das escolas em que esses licenciandos fazem estágio sob supervisão da autora.

Também integrando a primeira seção, o segundo capítulo é de autoria de José Carlos Miguel, que tem larga experiência como coordenador e docente em projeto de Educação de Jovens e Adultos (EJA). Sua exposição tem por base o mesmo arcabouço teórico do capítulo anterior. Sob o título: *“Educação matemática em processos de EJA: elementos para sua fundamentação”*, e tal como resumido pelo próprio autor, o estudo resulta de ações de articulação entre o ensino, a pesquisa e a extensão, que tem como tema central a formação de educadores e suas implicações para a renovação dos programas de ensino de Matemática. Tem por objetivo a análise das heurísticas postas em prática por alunos da EJA (educação de

jovens e adultos) para a apropriação do conhecimento matemático bem como sobre a importância do papel exercido pelos professores no processo de mediação da ação pedagógica. Vale-se da análise documental e de depoimentos de professores e alunos da EJA para fundamentação da discussão e das conclusões. Situa-se no contexto teórico-metodológico da pesquisa colaborativa e da teoria histórico-cultural. Os resultados da pesquisa permitem considerar que a atividade matemática constitui a centralidade da discussão sobre a aprendizagem matemática, o que traz consequências para a organização dos programas de ensino. Trata-se de pensar numa gênese escolar que motive os educandos à reconstrução de ideias e de pensar um processo de produção na sala de aula que considere as condições da escola distintas das condições que regem a produção de saberes da ciência matemática. O que impõe pensar a formação de um professor epistemologicamente curioso.

A segunda seção reúne dois outros capítulos, os quais compartilham fundamentos teórico-metodológicos e epistemológicos distintos dos anteriores. As implicações pedagógicas do conteúdo neles expresso aguarda por uma exploração mais extensa e profunda. O primeiro tem por título: *“Cognição Numérica: Contribuições da pesquisa à clínica”* e foi elaborado por Flávia Heloísa Santos e colaboradores. Ele organiza informações extraídas da literatura científica, sobre aspectos inatos e aprendidos do processamento numérico e cálculo, culminando na definição e caracterização da Discalculia do Desenvolvimento. Apresenta, ainda, estudos realizados em amostras brasileiras, os quais permitem identificar diversas variáveis que influenciam o desempenho em medidas da cognição numérica, como: idade, origem (rural ou urbana), natureza da instituição escolar (privada e pública), e intervenção por treino musical. Oferece, também, recomendações sobre processos de intervenção educacional e psicológica proativas no ensino da matemática.

O quarto e último capítulo, de Paulo Estevão Andrade e Paulo Sérgio Teixeira do Prado, tem por título: *“Visões conflitantes sobre a matemática: possível conciliação à luz da pesquisa empírica”*. Nele, o leitor notará a presença de elementos de todos os outros capítulos, pois é apresentada uma ampla revisão de literatura sob uma perspectiva crítica, percorrendo diversas tendências teóricas na pesquisa psicológica. A revisão inclui

também parte importante da literatura neuropsicológica e neurocientífica. Aspectos inatos e aprendidos são discutidos, incluindo considerações sobre a relação entre pensamento e linguagem.

Paulo Sérgio Teixeira do Prado
João dos Santos Carmo

CAPÍTULO I

REPENSANDO O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Maria do Carmo de Sousa

INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresentamos algumas contribuições e indicativos de caminhos para repensar o ensino de Matemática na Educação Básica, a partir da perspectiva lógico-histórica, advindos de nossa prática enquanto docente e pesquisadora da área Educação Matemática.

Inicialmente fazemos uma breve retrospectiva das ideias que têm norteado o ensino de Matemática no Brasil, nos últimos 50 anos. Expomos, ainda, alguns pressupostos teóricos e metodológicos da perspectiva lógico-histórica e suas relações com os nexos conceituais¹ da aritmética, da geometria e da álgebra que fundamentam as atividades de ensino que têm sido objetos de estudo de pesquisas que estão sob nossa orientação. Tais atividades são estudadas com futuros professores e professores que ensinam Matemática em escolas da Educação Básica. Finalmente, descrevemos uma atividade de ensino sobre o conceito de Função, na perspectiva lógico-histórica, que elaboramos, a qual tem sido vivenciada por licenciandos do curso de Matemática, nas aulas de Metodologia de Ensino e frequentado algumas salas de aula do Ensino Médio, das escolas em que estes licenciandos fazem estágio sob a nossa supervisão.

¹ Definimos nexo conceitual como o “elo” existente entre as formas de pensar o conceito, as quais não coincidem, necessariamente, com as diferentes linguagens do conceito.

ALGUMAS IDEIAS QUE TÊM FUNDAMENTADO OS CURRÍCULOS ESCOLARES BRASILEIROS NOS ÚLTIMOS 50 ANOS

Na década de 60, os currículos escolares brasileiros foram orientados a partir das ideias fundamentais da Matemática Moderna que tem sua origem no século XIX.

A Matemática Moderna sob o ponto de vista da História da Matemática fundamentou-se na chamada Matemática Contemporânea (ADLER, 1970) que tem as seguintes características: 1) É a Matemática Clássica amadurecida; 2) É a Matemática Clássica tornada autoconsciente e autocrítica; 3) É também a Matemática Moderna, que se desenvolveu como um método mais eficiente de tratar o conteúdo da Matemática Clássica e, 4) É a Matemática cada vez mais intimamente relacionada com as atividades humanas na indústria, na vida social, na ciência e na filosofia.

Assim, os currículos de Matemática orientados pelo então denominado Movimento da Matemática Moderna possuem em seu interior a tentativa de garantir que os fundamentos acima descritos sejam ensinados desde tenra idade.

Para que esse objetivo fosse alcançado e entrasse nas escolas da Educação Básica, tal currículo foi elaborado por matemáticos e não por professores de Matemática e, encontrou respaldo na Psicologia, através dos resultados das pesquisas feitas em crianças de 7 e 8 anos por Piaget (1986), uma vez que tais resultados assemelhavam-se às estruturas-mães: algébricas, topológicas e de ordem propostas pelos bourbakistas²; davam importância ao papel dos conjuntos e referiam-se aos estudos da *análise genética das operações lógico-matemáticas e concretas*.

Ressalta-se ainda que os estudos de Piaget enfatizavam que:

as estruturas da “Matemática Moderna” estavam muito mais próxima das operações ou estruturas naturais da criança (ou sujeito) que as da Matemática Tradicional; a Matemática, ao ir remontando em direção às fontes, tinha chegado a certas “estruturas fundamentais da mente”; a reforma do ensino podia fazer-se em todos os seus níveis, porém não havia que se recorrer demasiado depressa às distintas etapas de desen-

² Grupo Bourbaki: grupo de jovens matemáticos franceses que se autodenominaram de Nicolas Bourbaki. Esse grupo tentou reescrever a Matemática do século XIX levando-se em conta três grandes estruturas: estrutura de ordem, estruturas algébricas e estruturas topológicas.

volvimento e, somente se podia axiomatizar sob determinadas condições prévias (HERNÁNDEZ, 1986, p. 34).

A materialização dessas ideias dá origem a um currículo que enfatiza os algoritmos. Prioriza-se o resultado do problema/exercício, conforme mostra o Quadro 1 (SOUSA, 1999):

Sob o ponto de vista pedagógico, o currículo do Movimento Matemática Moderna está fundamentado na “Pedagogia do Treinamento” (LIMA, 1998), a qual possui quatro momentos distintos: 1) Mostrar o conceito; 2) Demonstrar o funcionamento do conceito; 3) Treinar o conceito e 4) Avaliar o conceito.

Quadro 1. Temas gerais dos conteúdos curriculares de Matemática nos três níveis de ensino.

Ensino Fundamental	Ensino Médio	Universidade
Lógica e conjuntos; o Conceito de número; Medida; Espaço e formas	Estruturas Algébricas; Números; Polinômios; Álgebra linear e Geometria; Cálculo Diferencial e Probabilidade	Estudo da Matemática Moderna e Métodos matemáticos na ciência e na tecnologia

Fonte: Sousa (1999)

Aqui, o professor é executor. É treinado para ministrar uma Matemática Moderna que, muitas vezes, desconhece (SOUSA, 1999). O ensino é memorístico, focado nos guias curriculares e nos livros didáticos. Ao professor e aos estudantes coube apenas fazer operações com conjuntos e decorar as fórmulas, uma vez que, embora o currículo tenha sido orientado pela Teoria dos Conjuntos, a “vedete” do ensino dessa época é a álgebra.

Especificamente no Estado de São Paulo, o currículo da Matemática Moderna vai ser revisto na década de 80, quando pela primeira vez no Brasil, os professores são chamados a pensar o currículo que tinha como eixo a Resolução de Problemas. A álgebra deixa de ser o foco e transita nos três temas: Número, Medidas e Geometria, a partir do denominado “cálculo literal”.

Há de se considerar, ainda, que, nesta abordagem, a História da Matemática aparece timidamente.

Percebe-se uma mudança muito drástica entre o currículo originado durante o Movimento Matemática Moderna e o currículo proposto pelo estado de São Paulo. Faz-se necessário formar o professor para dar conta de ensinar as ideias que norteiam o novo currículo. É então que, ao invés de guias curriculares, os professores são convidados a conhecer os cadernos denominados “Atividades Matemáticas”, destinados aos professores que lecionavam Matemática nas séries iniciais e os cadernos denominados “Experiências Matemáticas”, destinados àqueles que lecionavam de quinta a oitava séries.

Nesse contexto, há preocupações da Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas (CENP) em avaliar as atividades antes de serem publicadas oficialmente. As atividades são pensadas por especialistas e desenvolvidas em salas de aulas, selecionadas pelas antigas Diretorias Regionais de Ensino (SOUZA, 1999).

Há de se destacar que, apesar de o currículo do Estado de São Paulo nos anos 1980, ser planejado pelos especialistas e contar com as reflexões da comunidade de professores das escolas da Educação Básica que ensinam Matemática, no que diz respeito à elaboração de atividades de ensino, os saberes dos professores são ignorados, uma vez que coube a estes profissionais apenas a aplicação de tais atividades. O especialista tem controle de todo o processo de elaboração e implementação do currículo. Coube a ele determinar quais atividades deveriam ser publicadas e que frequentariam as salas de aulas de todo o estado de São Paulo.

É nos anos 90 que percebemos preocupações, em âmbito nacional, em rever os currículos brasileiros. Lorenzato e Vila (1993) afirmam que a Matemática recomendável para o Século XXI deverá propiciar um ensino em que os estudantes possam:

revelar uma perfeita compreensão dos conceitos e princípios matemáticos; raciocinar claramente e comunicar efetivamente ideias matemáticas; reconhecer aplicações matemáticas no mundo ao seu redor e abordar problemas matemáticos com segurança (LORENZATO; VILA, 1993, p. 41-42).

Destacam ainda que há doze “Áreas de Habilidades Básicas” (LORENZATO; VILA, 1993) que deverão ser dominadas pelos estudantes da Educação Básica, conforme mostra o Quadro 2:

Quadro 2. As 12 “áreas de habilidades básicas” propostas por Lorenzato e Vila (1993).

Resolução de Problemas	Habilidades apropriadas de cálculo
Raciocínio matemático	Raciocínio algébrico
Comunicação de ideias matemáticas	Medidas
Aplicação da Matemática a situações da vida cotidiana	Geometria
Atenção para com a “razoabilidade” dos resultados	Estatística
Estimação	Probabilidade

Fonte: elaboração própria.

Nesta nova proposta o professor é convidado a pesquisar o ensino que teoriza e o ensino de matemática parece que fica mais próximo das questões sociais. Podemos constatar que essas ideias vão nortear os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), publicados no final dos anos 1990.

O eixo organizador do processo ensino e aprendizagem, explicitado no currículo dos anos 1990 é a Resolução de Problemas. Os elaboradores dos PCNs se preocupam em definir no documento os seguintes conceitos: situação problema; problema; resolução de problemas e conceito matemático, conforme mostra o Quadro 3:

Quadro 3. Conceitos e respectivas definições relacionados à proposta oficial para o ensino de Matemática no Brasil.

Situação problema	É o ponto de partida da atividade matemática e não a definição.
Problema	Certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório.
Resolução de Problemas	Se assemelha ao desenvolvimento da História da Matemática; Não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem
Conceito matemático	Se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações

Fonte: Elaboração própria

Entendemos que estas ideias que norteiam os currículos escolares brasileiros, desde o final dos anos 1990, presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais, ainda não consideram os nexos conceituais da aritmética, álgebra e geometria, ou ainda elos lógicos e históricos que ligam os conceitos matemáticos, apesar da História da Matemática ser indicada no documento oficial como Metodologia de Ensino.

O QUE VEM A SER O CONCEITO DE LÓGICO-HISTÓRICO?

O conceito de lógico-histórico foi definido por Kopnin (1978) como forma de pensamento e, em nossos estudos a partir de 2004, temos defendido que o lógico-histórico pode se configurar como perspectiva didática a partir da elaboração de atividades de ensino de Matemática que considerem os nexos conceituais da Aritmética, Álgebra e Geometria.

Neste item, temos como intenção apresentar a definição mais geral do que vem a ser o lógico-histórico, fundamentação teórica tanto de algumas pesquisas que estão sob a nossa orientação, quanto das atividades de ensino propostas por Lima e Moisés (1998) e elaboradas por nós. As atividades de ensino a que estamos nos referindo são analisadas com os licenciandos e professores que ensinam Matemática, nas disciplinas que ministramos na graduação e em projetos de extensão.

Os elementos constitutivos do lógico-histórico estão diretamente relacionados aos conceitos de: totalidade, realidade, práxis, movimento, fluência, interdependência, mutabilidade, imutabilidade, momentos de permanência, relatividade, lógica, história, processo, conhecimento e pensamento; e das categorias: concreto e abstrato, conceito, juízo e dedução estudados por Kopnin (1978) e Kosik (2002) no que diz respeito à teoria materialista do conhecimento.

Tendo como referência essa teoria, constatamos que Caraça (1998) estuda o desenvolvimento dos conceitos matemáticos, ao passo que Bohm (1980) estuda o desenvolvimento do conceito de matéria e Davydov (1982) o desenvolvimento do pensamento teórico.

Assim, ao estudarmos esses elementos, percebemos que o lógico-histórico do pensamento humano é, há algum tempo, objeto de estudo

de filósofos, matemáticos, psicólogos e por que não dizer, de todos aqueles que de alguma forma se preocupam com o conhecimento e com o “como” o homem entende, em sua subjetividade, tudo aquilo que “apreende” (KOPNIN, 1978; BOHM, 1980; KOSIK, 2002) da realidade que contém leis objetivas, elaboradas no ato da atividade cognitiva de si próprio.

Segundo Kopnin (1978, p. 53), “uma vez apreendidas, as leis do mundo objetivo se convertem em leis do pensamento, e todas as leis do pensamento são leis representadas do mundo objetivo”.

Dessa forma, “o mundo objetivo e suas leis interessam ao homem, não por si mesmos, mas como meio de satisfação de determinadas necessidades sociais” (KOPNIN, 1978, p. 61). Por isso mesmo, as leis são mutáveis quanto às necessidades sociais. Não são leis como entende a metafísica, algo determinista e imanente ao ser.

O pensamento humano busca formas que possibilitem a transformação contínua da realidade através de seu trabalho físico e intelectual durante a sua pequena trajetória ou viagem no universo, trajetória que designamos pelo nome de vida.

Entender o lógico-histórico da vida significa entender a relação existente entre a mutabilidade e a imutabilidade das coisas; a relatividade existente entre o pensamento humano e a realidade da vida, bem como compreender que tanto o lógico como o histórico da vida estão inseridos na lei universal, que é o movimento.

Assim, compreender o lógico-histórico da vida é compreender que todo conhecimento contém angústias, medos, aflições, ousadias, inesperados, novas qualidades, conflitos entre o velho e o novo, entre o passado e o futuro. É compreender que a totalidade do conhecimento é o próprio movimento da realidade objetiva que sempre estará por vir a ser.

O LÓGICO-HISTÓRICO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Os estudos de Renshaw (1999) sobre o currículo elementar de matemática consideram os trabalhos de Vygotsky e Davydov. Mostram que toda a atividade humana está contextualizada em “um particular contexto histórico, cultural e institucional” e que ao implementarmos um currículo,

seria interessante considerar as análises: lógica, psicológica e didática, propostas por Davydov (RENSHAW, 1999, p. 10).

Renshaw (1999) entende que do ponto de vista da lógica, Davydov (1982) mostra que é possível estabelecer os conceitos fundamentais da matemática, que podem ser usados como uma base para o desenvolvimento conceitual subsequente. Quando trata da análise psicológica afirma que esta é necessária para que possamos estabelecer “as capacidades das crianças – o seu desenvolvimento, tanto das funções mentais inferiores como das superiores – que poderia ser aplicada para apreender os conceitos matemáticos fundamentais” ao passo que “a análise didática é necessária para criar procedimentos de ensino, poderosos o bastante para construir conexões entre os conceitos científicos (quer dizer, os conceitos matemáticos fundamentais) e os conceitos cotidianos do estudante” (RENSHAW, 1999, p. 3).

A partir de relações entre quantidades, Renshaw (1999) apresenta “experiências pedagógicas”, que se iniciam com as crianças elaborando “juízos quantitativos simples de objetos concretos” e terminam com as crianças “usando notação algébrica para representar relações quantitativas de uma maneira abstrata e generalizada” (RENSHAW, 1999, p. 4).

Para tanto, o pesquisador sugere os estudos de Davydov, pois tais estudos consideram o processo que se dá entre os conceitos cotidianos e os conceitos científicos. Não se constrói processo pedagógico sem a construção dessas conexões. Não há como ocorrer apropriação de conceitos científicos de forma automática.

Assim como o estudo de Renshaw (1999), defendemos que os conceitos matemáticos desenvolvidos no contexto da sala de aula podem ser entendidos como uma experiência pedagógica em que é possível analisar o movimento do pensamento aritmético, geométrico e algébrico sob dois pontos de vista da dialética lógico-histórica: forma de pensamento e perspectiva didática.

O ponto de partida das atividades de ensino de Matemática deveria considerar os movimentos regulares e irregulares que se apresentam no cotidiano dos professores-estudantes e o ponto de chegada considerar os conceitos científicos. Aqui, o conceito de movimento está atrelado à

fluência (CARAÇA, 1998), uma vez que na vida não existe o estático, o pronto e o acabado. Há sempre um *dever*, um vir a ser.

Entendemos que, a partir da análise dos movimentos que estão em nosso cotidiano, é possível, juntamente com os professores que lecionam Matemática na Educação Básica, construir linguagem e pensamentos aritméticos-algébricos-geométricos.

Para que possamos atingir a nossa intencionalidade, a de construir pensamento e linguagem com os professores, a partir da perspectiva lógico-histórica, desde 2004 estamos estudando e elaborando atividades de ensino que se fundamentam no movimento lógico-histórico da aritmética, álgebra e geometria, de forma que estas propiciem aos estudantes o estudo de movimentos a partir da linguagem comum, do senso comum, para que, através do pensamento flexível, possamos elaborar linguagem e pensamentos aritméticos, algébricos e geométricos.

Do ponto de vista do pensar aritmético, algébrico e geométrico entendemos ser necessário estudar os nexos internos que fizeram com que esses conceitos, ensinados em nossas escolas, chegassem ao refinamento atual.

Para isso, levamos em conta a Teoria de Conhecimento elaborada por Kopnin (1978), os estudos de Davydov (1982) sobre a generalização no ensino e dos teóricos que veem na história a possibilidade de entendimento dos nexos conceituais que compõem o movimento do pensar humano, dentre eles, a Matemática simbólica.

Kopnin (1978) e Davydov (1982) convergem para o mesmo sentido. Afirmam que a lógica de determinado conhecimento se constitui histórica. Portanto, fica muito difícil se referir ao conhecimento humano, sem considerar o desenvolvimento lógico-histórico que se apresenta nos conceitos lógico-formais. De modo geral, o lógico-histórico no ensino diário não é considerado.

Temos como intenção, quando tratamos da perspectiva lógico-histórica para o ensino de Matemática, relacionar Teoria de Conhecimento, Psicologia e Didática, a partir da perspectiva histórico-cultural. Para tanto, buscamos os estudos de Davydov (1982), conforme mostra o esquema na Figura 1.

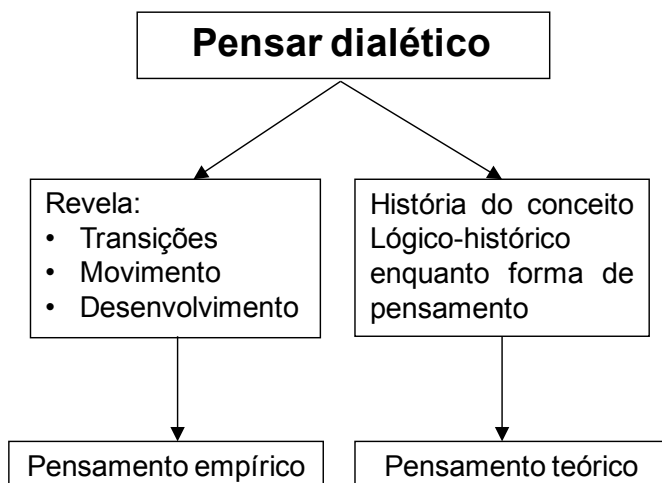


Figura 1: Representação esquemática do pensar dialético e seus desdobramentos nos campos empírico e teórico.

Fonte: elaboração própria.

Renshaw (1999, p. 3) afirma que assim como Vygotsky, Davydov se preocupou “com as mudanças subjetivas no indivíduo, produzidas pela apropriação” de ferramentas culturais consideradas como “meios de mediação” e que têm o poder de transformar “a relação do sujeito individual com o mundo social e físico”. Davydov (1982) argumentava que “a atividade educacional não é dirigida principalmente à aquisição de conhecimento, mas à mudança e ao enriquecimento do indivíduo”. Aqui, o autor nos aponta que, a aquisição do conhecimento pelo conhecimento não pode ser considerada uma atividade que promova a transformação e a aquisição do conhecimento pelo sujeito. Faz-se necessário criar práticas pedagógicas particulares onde os indivíduos possam conectar os conceitos cotidianos e os conceitos matemáticos ou científicos.

Ao tratar dos diversos tipos de generalização no ensino, Davydov (1982) aponta algumas rupturas existentes entre o ensino escolar dos conceitos e sua procedência. Há rupturas entre o pensamento teórico que se quer ensinar e sua procedência, sua gênese, sua história constituída pela humanidade, formalmente quando se ignora o lógico-histórico do conteúdo.

O tipo de pensamento que se projeta no sistema de ensino baseado na psicologia pedagógica e na didática tradicionais se fundamenta tão somente no pensamento empírico e no pensamento teórico. Nesse tipo de ensino, sugere-se que, a partir das sensações, as crianças elaborem pensamento teórico.

De modo geral, na maioria das salas de aula, o ponto de partida do conhecimento é a manipulação e a experimentação dos objetos e o ponto de chegada do conhecimento é o lógico-formal dos conceitos estudados.

Nesse contexto de ensino fica muito difícil para professores e estudantes se apropriarem do conhecimento científico ou matemático e fazer conexões com os movimentos de suas vidas. O importante aqui não é o processo, mas sim o resultado, uma vez que é no processo que há erros e acertos. Falta aqui o pensamento flexível. Há na sala de aula a predominância de um ensino que prima pelo treino das equações, inequações e funções, por exemplo.

A principal característica do pensamento empírico, afirma Davydov (1982), fundamentado em Kopnin (1978), está no fato de que este consiste no reflexo dos objetos, desde a ótica de suas manifestações e vínculos externos, exequíveis e acessíveis à percepção, contrapondo-se ao pensamento teórico que reflete os nexos internos³ dos objetos e as leis de seu movimento. Os nexos internos dos objetos só se realizam em movimento. Os nexos internos dos objetos representam o processo.

Queremos aqui evocar o exemplo do estudo do conceito de ângulo feito nas escolas.

O pensamento empírico de ângulo é o que relaciona suas características perceptíveis como: a classificação dos ângulos relativa ao ângulo reto; a classificação de ângulos de uma figura plana etc. Essa abordagem não permite a generalização do conceito de ângulo.

Já o pensamento teórico de ângulo abrange estes aspectos perceptíveis de representação de ângulos, mas também a ideia de movimento relativo relacionado a ângulo, ângulo como posição, como medição de distância, como equilíbrio, como projeção, etc. Percebemos que há certa

³ Nexos internos: são “elos” construídos historicamente que unem os conceitos. Na álgebra, por exemplo, alguns nexos internos são: fluência, interdependência, campo numérico e variável.

pobreza de raciocínio na abordagem empírica que a didática tradicional desenvolve.

Há de se ressaltar que, ainda que os pensamentos empírico e teórico advenham da atividade prática objetiva, produtiva, através do trabalho humano, o qual deve ser entendido como base do pensamento humano. Todas as formas do pensamento se constituem e funcionam “dentro dos modos historicamente formados dessa atividade, transformadora da natureza” (DAVYDOV, 1982, p. 280).

A leitura de Davydov (1982, p. 280) sobre os estudos de Engels faz com que afirme que “a base imediata e essencial do pensar humano é precisamente a modificação da natureza pelo homem e não a natureza mesma como tal. O homem desenvolve-se à medida que aprende a modificar a natureza”.

No processo de trabalho faz-se necessário que o homem não leve em conta apenas “as propriedades externas do objeto. Deve considerar, também, a medida de seu ‘rompimento’: tais conexões internas, cuja consideração permite modificar sua forma e atributos e fazê-los passar de um estado a outro” (DAVYDOV, 1982, p. 280).

Davydov (1982) afirma ainda que psicologia pedagógica tradicional não expressa a especificidade do pensar humano nem tampouco caracteriza o processo generalizador e formativo de conceitos, intrinsecamente relacionado com a investigação da própria natureza deles mesmos e tem como consequência disso, o fato de que o ensino dos conceitos na escola se efetua desvinculado de sua procedência.

Dessa forma ignora-se na escola tudo o que permite conhecer a gênese e a natureza dos conceitos por não estar em consonância com as suas possibilidades. A escola se limita a descrever o pensamento empírico-discursivo, em que a racionalidade é o elemento inevitável presente nas formas mais desenvolvidas do pensamento, dotando de consistência e certeza os conceitos.

Essa tendência presente nas práticas escolares leva a várias consequências negativas e a principal delas está no fato de que já na idade escolar cristalizam-se nos estudantes os componentes “do pensamento racional”, a partir do pensamento empírico.

Entendemos que, geralmente, nas escolas o ponto de partida é o pensamento empírico-discursivo e o de chegada é o pensamento teórico. Muitas vezes, o estudante manipula um determinado material didático, sob a orientação do professor com o intuito de, automaticamente, aprender uma fórmula, ou ainda obter certo pensamento teórico, sobretudo no que diz respeito às aulas de matemática, física e biologia.

As práticas que temos no sistema escolar fazem com que os estudos dos fundamentos da ciência e a presença de métodos de ensino dos mesmos sejam vistos numa ótica de perfeição, criando por si só uma série de condições objetivas para formar nos escolares o pensamento teórico.

Essa constatação faz com que as crianças não captem tanto a contraposição como a unidade, por exemplo, do fenômeno e da substância, da causa e do efeito, de atributos isolados do objeto e da integridade dos mesmos.

O professor, ao seguir tais normas, não pode, muitas vezes, destacar e consolidar em tempo nas crianças, os singulares movimentos do pensar, nas definições contrapostas.

Os métodos de ensino adotados não podem superar a espontaneidade na formação do pensar teórico das crianças, resultado inevitável do qual é o muito diverso nível e qualidade de sua integração real em uns ou outros estudantes.

As crianças saem da escola com a impressão de que os conceitos científicos que aparecem nos livros didáticos de forma linear, sem hesitação, estão prontos e acabados, são imutáveis, bastando-se a si mesmos. Aqui o conhecimento científico não tem história. É algo sem história, a-histórico, porque desaparece a atividade humana, desaparece a contribuição cultural dos povos em sua elaboração (CARAÇA, 1998).

Poucas crianças, as mais aptas, segundo os estudos de Krutetsky (1977), no que tange à matemática, conseguem fazer generalizações. Para a maioria dessas crianças, a generalização está relacionada com um longo processo comparativo de fatos similares e a associação gradual dos mesmos em certa classe ou operações do tipo discursivo empírico (DAVYDOV, 1982).

Se a escola não orienta a formação do pensamento teórico, a partir de considerações históricas, filosóficas que integram o pensamento flexível, ao insistir numa didática empírica de matemática que tem por objetivo a apreensão das teorias pelos estudantes, continuaremos a assistir ao fenômeno de seletividade: uma minoria reduzida entendendo matemática. Ou ainda, uma pequena minoria, por exemplo, ao manipular um determinado material, automaticamente vai fazer relação com uma fórmula de uma determinada equação.

Quando se exige que se mantenha o dito conteúdo somos conduzidos ao empirismo, que por sua vez exalta as percepções na forma de representações e leis gerais sem poder atribuir-lhes nenhuma transcendência, salvo a de que se contém e justifica na percepção.

Nos trabalhos de Davydov (1982) se considera o entendimento de Hegel sobre o estudo inicial das ciências e para as atividades cotidianas. Faz-se necessário ter como característica o “modo de pensar ingênuo”, que reproduz o conteúdo das sensações e da contemplação, sem tomar ainda consciência “da contraposição do pensamento dentro de si e a si mesmo”, sem reflexão interna.

A separação (análise) dos atributos “concretos” no mesmo objeto perceptível induz o passar da percepção direta ao pensamento e dá a esses atributos (definições) a forma de generalidade. O empirismo deixa ao pensamento “só a abstração, a generalidade formal e a identidade”, mas trata de reter nelas o mutável conteúdo concreto da contemplação, recorrendo às suas variadas “definições” diretas e baseando-se nas representações.

As características do raciocínio que descrevemos se apresentam no pensamento empírico (discursivo-empírico), cuja função principal consiste em classificar os objetos e estruturar um esquema estável de “índices”.

Esse tipo de pensamento tem dois caminhos: um “de baixo pra cima” e outro “de cima para baixo”.

O primeiro se baseia na abstração (conceito) do formalmente geral, em que sua substância não pode expressar em forma mental o conteúdo especificamente concreto do objeto, ao passo que no segundo caminho, o “de cima para baixo”, essa abstração vem saturada de imagens gráficas do

objeto correspondente, não como estrutura mental e sim como combinação de descrições ilustrativas e exemplos concretos da mesma.

Davydov (1982), fundamentado em Hegel, considera ainda que o pensamento é antes de tudo, pensar discursivo, não se detendo, contudo, nisso. Nem o conceito é tampouco mera definição de raciocínio.

Para ultrapassar os marcos do pensar discursivo faz-se necessário considerar a obra do pensamento racional ou dialético, o qual descobre no objeto sua autenticidade como ente concreto, como unidade das diferentes definições, que o raciocínio tem por verdadeiras em sua individualização, pois algo especulativo e abstrato é também, por sua vez, algo concreto, já que não se trata de unidade simples e formal e sim de unidade de definições diferenciadas (princípio da dialética).

O pensar dialético revela transições, o movimento e o desenvolvimento. Ao considerá-la podemos estimar as coisas “em si e para si, ou seja, de acordo com sua própria natureza”, onde radica o autêntico valor do pensamento dialético para a ciência. A lógica formal tradicional (lógica corrente) não reconhece os métodos do pensamento discursivo e sim o pensamento racional.

Há de se ressaltar que o processo constitutivo das formas de pensamento contém:

1. O processo objetivo da atividade humana;
2. O movimento da civilização humana e da sociedade como autêntico sujeito do pensamento.

Vale ressaltar que as debilidades fundamentais da psicologia infantil e pedagógica tradicionais estão radicadas na não consideração do pensamento do indivíduo como uma função historicamente desenvolvida do “autêntico sujeito” da mesma, assimilada por aquele.

Ao analisarmos a psicologia tradicional, percebemos a impotência do psicólogo “para compreender a ontogênese do pensamento científico, sem saber os valores essenciais de sua filogênese. O conhecimento de cujas regularidades requer sair do domínio da lógica histórica-objetiva”.

Essa lógica orienta corretamente as investigações psicológicas do processo formativo do pensamento nas crianças (DAVYDOV, 1982, p. 279).

Para se aperfeiçoar a instrução e entrar em consonância com os conhecimentos científico-técnicos deste século, supõe-se mudar o tipo de pensar projetado no sistema docente, aconselha Davydov (1982). Segundo o autor, o pensamento teórico, dialético, há de ser o novo “modelo”.

Ao se criar esse novo modelo faz-se necessário estudar, no mínimo, tarefas científicas de três níveis:

1. Uma minuciosa descrição lógico-gnosiológica do conteúdo, das formas e regularidades do pensamento dialético e de seu alcance atual;
2. A análise dos mecanismos psicológicos formativos desse tipo de pensar nos escolares e a descrição da atividade das crianças que lhes permitam aplicar-se aos meios fundamentais do pensamento teórico;
3. Criar manuais didático-metodológicos mediante os quais os alunos possam – ao estudar determinado sistema de conceitos – dominar as bases do pensamento teórico e de seus componentes.
4. Cada um desses três níveis tem sua problemática especial, mas todos estão inter-relacionados.

Estamos nos propondo em nossas pesquisas estudar aspectos dos níveis 1 e 3, do que Davydov (1982) denomina de tarefa científica, a partir de atividades de ensino de Matemática que articulem os nexos internos dos pensamentos numéricos e geométricos, por exemplo, de forma que possamos construir com os professores e estudantes pensamentos algébrico, geométrico e aritmético, através de uma minuciosa descrição lógico-histórica do conteúdo, das formas e regularidades do pensamento dialético e de seu alcance atual.

Dessa forma, estamos propondo que os professores, ao construir pensamento algébrico com estudantes do Ensino Fundamental, lancem mão do lógico-histórico algébrico enquanto ações pedagógicas, que envolve o desenvolvimento do conceito de variável, historicamente construído, conforme descrevem os esquemas na Figura 2 (a; b) e na Figura 3⁴.

⁴ No contexto lógico-histórico do pensamento algébrico há de se considerar a álgebra não simbólica e a álgebra simbólica. A álgebra não simbólica envolve o lógico-histórico das variáveis: palavra, figura e uma certa mistura entre palavra e figura, denominada de sincopação. A variável letra fundamenta a álgebra simbólica. O uso da letra representou uma nova álgebra. No contexto da álgebra palavras como, “ahá”, “coisa” representavam valores desconhecidos, porém, fazem parte da álgebra não simbólica.

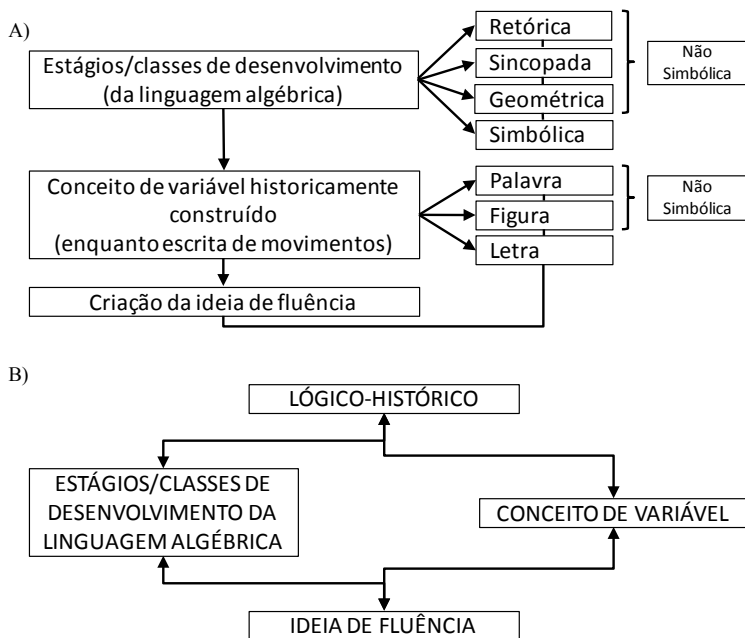


Figura 2 - Elementos que compõem a álgebra

Fonte: adaptada de Sousa (2004).

Consideramos que os nexos conceituais do pensamento algébrico envolvem: os conceitos de movimento, materializados nas variações quantitativas, destacando-se a variável palavra, a variável figura e a variável letra.

A TOTALIDADE DA ÁLGEBRA É CONSTITUÍDA PELOS CONCEITOS DE:

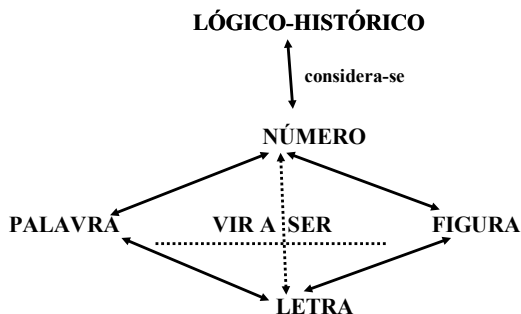


Figura3: Conceitos que constituem a totalidade da álgebra

Fonte: adaptada de Sousa (2004).

Em relação aos nexos conceituais da Aritmética e da Geometria, fizemos uma síntese nos esquemas abaixo (Figura 4 e Figura 5), a partir dos estudos de Lima (1998):

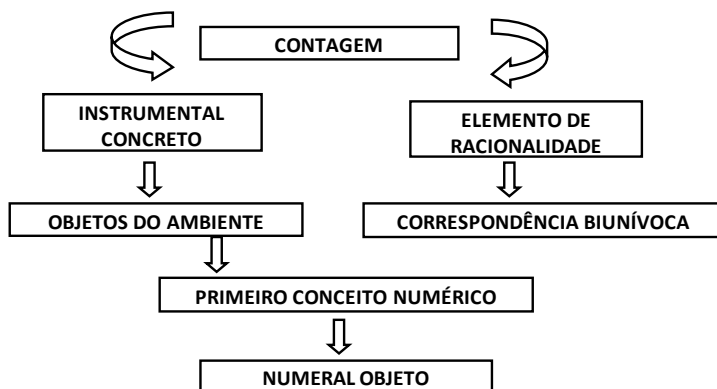


Figura 4: Nexos conceituais da Aritmética

Fonte: adaptada de Lima (1998).

Ao defendermos um ensino que considere os nexos conceituais da Matemática, estamos propondo um pensar dialético entre História da Matemática-Resolução de Problemas.

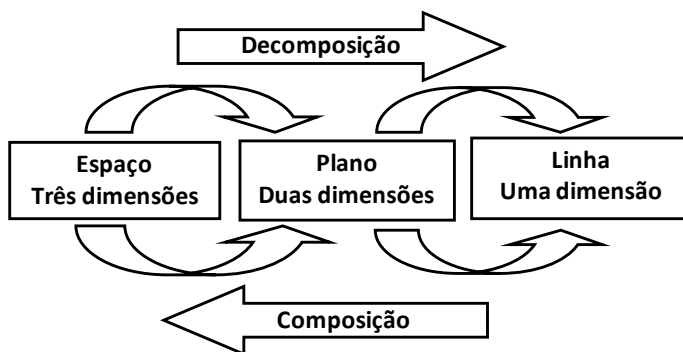


Figura 5: Nexos conceituais da Geometria

Fonte: adaptada de Lima (1998).

Neste sentido, a História da Matemática assume o papel de elo entre a causalidade dos fatos e a possibilidade de criação de novas definições do conceito que permitam compreender a realidade estudada.

É nexos conceitual entre o pensamento empírico-discursivo e pensamento teórico, estudados por Davydov (1982).

A Resolução de Problemas tem identidade entre o conceito matemático e o movimento histórico de sua criação. É Metodologia de Ensino que desencadeia a busca de entendimento do conceito. Tem intencionalidade da ação pedagógica, uma vez que o problema está em movimento.

AS ATIVIDADES DE ENSINO NA PERSPECTIVA LÓGICO-HISTÓRICA

As ideias que apresentamos até o momento, com enfoque na perspectiva lógico-histórica, estão presentes na denominada “Pedagogia Conceitual”, que se contrapõe à Pedagogia do Treinamento.

A Pedagogia Conceitual (LANNER DE MOURA et al., 2003) tem como pressuposto que ensinar matemática é realizar um encontro pedagógico com o conceito, de forma que professores e estudantes compoñham um movimento afetivo de entendimento de si mesmos, das coisas e dos outros, ao (re)criarem os conceitos científicos em suas subjetividades.

A partir desse pressuposto, entende-se que o movimento afetivo se constitui na sala de aula quando educador-aluno-conceito mantém-se sob a “tensão criativa” do desenvolvimento conceitual, ao problematizarem os nexos conceituais dos conteúdos estudados, a partir da dinâmica relacional indivíduo-grupo-classe.

Assim, enquanto a Pedagogia do Treinamento se preocupa com o indivíduo produtivo necessário à mecanização das forças produtivas e incorpora os mecanismos da repetição das formas abstratas dos conceitos científicos: a) trabalho enxuto, b) ênfase no fazer e c) redução do humano à máquina, a Pedagogia Conceitual se preocupa com o indivíduo produtivo e criativo, bem como com o desenvolvimento da inteligência e o emocional e incorpora a dinâmica de criação e desenvolvimento do conceito (LIMA, 1998):

1. Trabalho construtivo e criativo;
2. Saber fazer e saber pensar e
3. Integração do intelecto e do emocional no ser humano.

Assim, na Pedagogia do Treinamento, o pensamento e o conhecimento são fragmentados, ao passo que na Pedagogia Conceitual o pensamento dialoga com o conhecimento lógico, criativo, imaginativo, social, cultural e afetivo.

A Pedagogia Conceitual considera cinco momentos (LIMA, 1998), a saber: 1) Desconhecimento; 2) Autolocalização; 3) Tensão criativa; 4) Reordenação lógica e 5) Construção do conceito.

Lanner de Moura et al. (2003) definem o conceito como forma do movimento do pensamento, que objetiva, mediante a explicação pela linguagem lógica, a atividade do ser humano sobre a realidade em que, pelas condições do vir a ser, está inserido e se insere.

Ao mesmo tempo, a partir de Leontiev (1983), consideram a atividade como movimento de abstrair o resultado de ações antes mesmo de realizá-las, ações essas provocadas por necessidades reais, advindas da interação do homem com o meio, pela condição de nele viver. Os processos de formação da necessidade que se apresentam em nosso meio e que constituem a atividade mostram que o homem aprendeu a pensar, criando, historicamente, conceitos (KOPNIN, 1978). A necessidade é a mola propulsora que motiva a humanidade a elaborar atividades enquanto constrói os diversos conceitos que se apresentam em nossas vidas (LANNER DE MOURA et al., 2003).

Considerando que a definição mais geral da atividade tem por princípio mover os sujeitos a se entenderem e a entenderem a realidade mutante enquanto criam conceitos, no âmbito do ensino tal atividade deve permitir aos professores e estudantes pensarem sobre os conceitos científicos ensinados e aprendidos, os quais foram e são historicamente construídos pelos homens das mais diversas civilizações.

As atividades aí elaboradas na e para a sala de aula, denominadas atividades de ensino, devem, portanto, permitir aos envolvidos no processo, aprender a pensar criando conceitos num movimento semelhante ao da dinâmica da criação conceitual na história do conceito (LIMA; MOISÉS, 1997; 1998).

Isso não quer dizer que a Pedagogia Conceitual defende a ideia de que o conceito científico deva ser novamente criado, seguindo uma certa

linearidade histórica de fatos, todos os dias, em nossas escolas. O conceito que ensinamos é um construto social e já foi elaborado de forma lógica nos diversos momentos da trajetória humana.

O pensamento teórico, então, é elaborado pela humanidade enquanto se permite conhecer, a partir do conhecimento científico. Nesse sentido, a história deixa de ser factual e passa a ser compreendida como “possibilidade” (FREIRE, 1997) de entendimento do nosso próprio movimento de vir a ser; a partir da criação de conceitos. A história passa a ser o elo entre a causalidade dos fatos e a possibilidade de criação de novas definibilidades que permitam compreender a realidade estudada.

O mesmo vai acontecer com os nexos conceituais que podem ser definidos como elos que ligam os pensamentos lógico e histórico; os pensamentos empírico e teórico; os conceitos matemáticos e o cotidiano, uma vez que são flexíveis porque têm movimentos diversos da vida.

A partir de Davydov (1982); Kopnin (1978); Caraça (1998) e Kosik (2002), afirmamos que os nexos conceituais elaborados historicamente, por meio de definibilidades próprias de cada indivíduo ou ainda de cada uma das civilizações, nos auxiliam a compreender a natureza do conhecimento científico, ao mesmo tempo em que nos permite conhecer a nós mesmos.

Assim, quando se trata de elaborar atividades de ensino, surgem questões diversas:

1. Como elaborar atividades de ensino que possam formar professores e estudantes de forma que os envolvidos possam pensar sobre o lógico-histórico do conhecimento científico?
2. Como elaborar atividades de ensino de matemática que proporcionem o surgimento de inesperados, de forma que os envolvidos possam compreender a realidade fluente da vida a partir da totalidade?
3. Como as atividades de ensino podem se tornar orientadoras, de forma que os envolvidos possam entender a realidade mutável a partir do conhecimento científico, dentre eles o conhecimento matemático?
4. Como ensinar os conteúdos matemáticos, de forma que estes não sejam tão fragmentados a ponto de os estudantes acharem que aritméti-

ca, álgebra e geometria são conceitos isolados que não têm nada a ver com a totalidade da Matemática? Com a totalidade da vida?

Partimos do pressuposto de que para ser orientadora, a atividade de ensino deve ser estruturada de forma que permita aos sujeitos interagirem, mediados pelos conteúdos e enquanto negociam significados, solucionem situações-problemas coletivamente (MOURA, 1998; 2001).

Nas dinâmicas de interações e nas situações-problemas faz-se necessário o pensar sobre a totalidade do conhecimento científico e a relação deste com os conteúdos específicos estudados. Nessa perspectiva, poderá haver o surgimento de inesperados, pois estes surgem a partir de situações conflituosas.

As propostas curriculares, conforme já apontamos, enfatizam o aspecto analítico e funcional dos conceitos matemáticos, pois priorizam o aspecto simbólico da Matemática, o qual representa o último estágio de rigor e de abstração do pensamento humano.

Pelo mesmo fato, as atividades de ensino são elaboradas priorizando-se o aspecto lógico-formal dos conceitos matemáticos. Aqui, a relação lógico-formal se apresenta apenas na intencionalidade de se ensinar, a partir de atividades, o rigor matemático como algo imutável, pronto e acabado. Tanto estudantes quanto professores não o (re)constroem para si, em sua subjetividade, na sala de aula.

A abordagem formalista presente no Movimento da Matemática Moderna, mesmo depois de quase 50 anos, parece que se materializa praticamente todos os dias em nossas escolas, no ensino dos conceitos matemáticos.

Há nessa abordagem uma fragmentação. O conceito descola-se de todo o movimento do pensamento que a compôs, dando a ideia a professores e estudantes de que essa abordagem se sustenta por si mesma. É como se os conceitos tivessem vida própria sem nenhuma relação com os pensamentos aritmético, algébrico e geométrico. Há a descaracterização do movimento do pensamento humano que a compôs. Perde-se a ideia de fluência presente nos conceitos que se quer ensinar.

Na Figura 6, o esquema apresentado sintetiza o conceito de atividade de ensino que estamos defendendo:

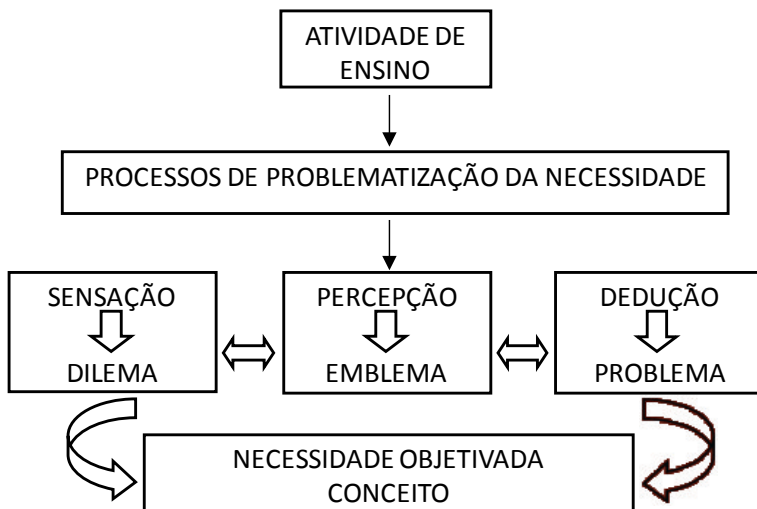


Figura 6: Representação esquemática de um conceito de atividade de ensino

Fonte: adaptada de Lima (1998).

UM EXEMPLO DE ATIVIDADE DE ENSINO: O QUE É UMA FUNÇÃO?

Para que licenciandos e professores que ensinam Matemática possam compreender melhor o que estamos denominando de atividade de ensino, na perspectiva lógico-histórica, a partir da leitura do capítulo intitulado “No reino das funções” de Karlson (1961), elaboramos a seguinte atividade sobre o conceito de Função (SOUSA, 2009). Ressalta-se que esta atividade tem frequentado as nossas aulas de Metodologia de Ensino, bem como algumas salas de aula que contam com a participação dos estagiários que estão sob nossa orientação (SOUSA, 2009):

I- Imagine a seguinte situação: O viajante na floresta põe um pé diante do outro – e a cada passada o caminho por ele vencido se acresce de uma nova porção. O trajeto guarda com o número de passos uma relação fixa e determinada.

- Responda:
 - Quais são as grandezas que envolvem a interdependência desse movimento?
 - Qual a lei obedecida por esta interdependência? Expresse-a:

- a partir de uma frase;
 - a partir da matemática simbólica
- Localize a variável dependente e a variável independente desse movimento.

II- Suponhamos que o viajante distraído que caminha pela floresta seja um soldado em férias, que tem no sangue a cadência constante das marchas.

- Se o comprimento do passo desse soldado vale 0,75m, como poderíamos expressar a lei que rege o seu trajeto? Por quê?
- Nesta situação, qual será o campo de variação dessa lei? Por quê?
- Construa uma tabela com o trajeto possível do soldado.
- Se não quisermos medir o trajeto pelo número de passos e sim pela relação tempo e caminho percorrido, haverá mudanças na lei que estabelecemos anteriormente? Por quê?
- E quanto ao campo de variação? Explique.

III- O caminhante prossegue em sua marcha com velocidade constante, sem orientar o modo de andar pelo seu estado de ânimo. Suponhamos que em um segundo o homem percorre $1 \times 1,5$ metros; em dois, $2 \times 1,5$ metros; em três, $3 \times 1,5$ metros e, assim por diante:

- Como expressar a lei desse movimento?
- Qual será o campo de variação?
- Como representar esse movimento a partir de uma tabela?
- Como dispor esses dados em um gráfico?

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nos últimos 50 anos os currículos de Matemática brasileiros sofreram algumas mudanças, porém, ao que parece, professores e estudantes ainda sofrem as consequências das ideias que fundamentaram o Movimento Matemática Moderna, em que o professor era mero executor de propostas não pensadas por ele.

Ao mesmo tempo, em termos metodológicos há ainda resquícios da Pedagogia do Treinamento. A Pedagogia Conceitual ainda não frequenta boa parte das escolas, considerando-se que os nexos conceituais da aritmética, álgebra e geometria não frequentam a sala de aula, logo, as atividades de ensino de Matemática são formais e desconectadas da realidade e não consideram os aspectos lógico-históricos dos conceitos matemáticos.

O lógico-histórico na sala de aula e, conseqüentemente, no currículo de Matemática da Educação Básica, tem como principal função auxiliar o pensamento a movimentar-se no sentido de encontrar as verdades, a partir de definibilidades próprias do conceito.

Aqui a história assume o papel de elo que liga a causalidade dos fatos e a possibilidade de criação de novas definibilidades do conceito, que permitam compreender a realidade estudada. Há a necessidade de se elaborar juízos sobre os conceitos. Não se apresentam, aos estudantes, os conceitos prontos e acabados. Convida-se o estudante a pensar sobre tais conceitos.

Entendemos que as aulas de matemática devem ter como objetivo convidar o estudante a humanizar-se pelo conhecimento matemático. Devem permitir que haja um encontro afetivo com o conceito; no nosso caso, com o conceito algébrico.

Ao fazermos tal afirmação estamos de braços dados com todos os teóricos e pesquisadores, que defendem a ideia de que o formar-se homem acontece desde o momento em que o pensamento começa a movimentar-se para entender o mundo na lida do dia-a-dia.

O entendimento do mundo e de nós mesmos, pelos conceitos matemáticos permite-nos entrar em contato com a concreticidade e a abstratividade dos conceitos.

REFERÊNCIAS

- ADLER, I. *Matemática e Desenvolvimento mental*. São Paulo: Cultrix, 1970.
- BOHM, D. *A totalidade e a ordem implicada*. 12. ed. São Paulo: Cultrix, 1980.
- CARAÇA, B. J. *Conceitos fundamentais da Matemática*. Portugal: Gradiva, 1998.
- DAVYDOV, V. V. *Tipos de generalización en la enseñanza*. Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.
- FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. 6. ed. Paz e terra, 1997. (Coleção Leitura).
- HERNÁNDEZ, J. (Org.). *La enseñanza de las matemáticas modernas*. 3. ed. Madrid: Alianza Editorial, 1986
- KARLSON, P. *A Magia dos Números: a matemática ao alcance de todos*. Globo, 1961. (Coleção Tapete Mágico XXXI).
- KOPNIN, P. V. *A Dialética como Lógica e Teoria do Conhecimento*. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.
- KOSIK, K. *Dialética do concreto*. 7. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2002.
- KRUTETSKY, V. A. Algumas características do desenvolvimento do pensamento nos estudantes com pouca capacidade para as matemáticas. In: VYGOTSKY, L. et al. *Psicologia e Pedagogia: investigações experimentais sobre problemas didáticos específicos*. Lisboa: Editorial Estampa, 1977. (Biblioteca de Ciências Pedagógicas).
- LANNER DE MOURA, A. R. et al. Movimento conceitual em sala de aula. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (CIAEM), 6. , 2003, Blumenau. *Anais...* Blumenau/SC, 2003, p. 13-17.
- LEONTIEV, A. N. *Actividad, consciencia, personalidad*. Havana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.
- LIMA, L. C. Da mecânica do pensamento ao pensamento emancipado da mecânica. In: PROGRAMA INTEGRAR. *Caderno do Professor: trabalho e tecnologia*. CUT/SP, 1998, p. 95-103.
- LIMA, L.; MOISÉS, R. P. *A teoria dos campos numéricos: a longa marcha da criação numérica*. São Paulo: CEVEC/CIART, 1997.
- _____. *Apostila básica de matemática*. Mogi das Cruzes/ SP: FAEP, Universidade de Mogi das Cruzes/SP; São Paulo: Secretaria de Estado da Educação, Projeto de Educação Continuada, Pólo 3, 1998.

LORENZATO, S.; VILA, M. C. Século XXI: qual matemática é recomendável? *Revista Zetetiké*, Campinas, v. 1, n. 1, p. 41-50, 1993. Disponível em: <http://www.fe.unicamp.br/zetetike/viewissue.php?id=29#Submissões_para_número_Temático_2010>. Acesso em: 13 jun. 2010.

MOURA, M. O. A educação escolar como atividade. ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO (ENDIPE), 4. , 1998, Águas de Lindóia, SP. *Anais...* Águas de Lindóia, 1998.

_____. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. (Org.). *Ensinar a ensinar*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning Ltda, 2001.

PIAGET, J. La iniciación Matemática, Las Matemáticas Modernas y La psicología del niño. In: HERNÁNDEZ, J. (Org.). *La enseñanza de las matemáticas modernas*. 3. ed. Madrid: Alianza Editorial, 1986, p. 182-186.

RENSHAW, P. D. A teoria sociocultural de ensino-aprendizagem: implicações para o currículo no contexto australiano. *Cadernos pedagógicos*, Porto Alegre, n. 18, 1999. (Secretaria Municipal de Educação).

SOUSA, M. C. *A percepção de professores atuantes no ensino de matemática nas escolas estaduais da Delegacia de Ensino de Itu, do Movimento Matemática Moderna e de sua influência no currículo atual*. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.

_____. *O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do Ensino Fundamental*. Faculdade de Educação. UNICAMP/SP. Tese de Doutorado, 2004

_____. Quando professores têm a oportunidade de elaborar atividades de ensino de Matemática na perspectiva lógico-histórica, *Bolema*, Rio Claro, n. 32, p. 82-100, 2009.

CAPÍTULO 2

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM PROCESSOS DE EJA: ELEMENTOS PARA SUA FUNDAMENTAÇÃO

José Carlos Miguel

INTRODUÇÃO

Parecem consenso estabelecido as crescentes exigências educativas da sociedade contemporânea, o que impõe às pessoas a imperiosidade do domínio de instrumentos da cultura letrada, o acompanhamento adequado do desenvolvimento tecnológico e a compreensão dos meios de comunicação de modo a atualizar-se frente à complexidade do mundo do trabalho.

Também aceita é a ideia de que o pensamento matemático deve contribuir para a consolidação do processo de letramento, isto é, o conhecimento matemático deve ser reconhecido como componente de alfabetização, sem o que não há que se falar em inserção no mundo da leitura e da escrita, dada a sua amplitude na atual realidade. Partindo desse modo de pensar, o presente estudo tem por objetivo principal analisar algumas heurísticas desenvolvidas por alunos da educação de jovens e adultos (EJA) em processo de aprendizagem matemática, bem como analisar o papel exercido pelo professor como mediador da ação pedagógica. Vale-se da análise documental, de depoimentos de alunos e professores e da reflexão sobre situações de sala de aula para fundamentação das discussões e das

conclusões. Situa-se, então, no contexto teórico-metodológico da pesquisa colaborativa e da teoria histórico-cultural.

A efetividade de uma proposta de difusão do conhecimento se consolida quando validada pelas práticas sociais em suas diversas instâncias. No caso da educação de jovens e adultos (EJA) impõe considerar que vivemos um tempo no qual é imperativa a discussão sobre o lugar e o significado das competências e habilidades exigidas das pessoas para atuar no que se logrou denominar de sociedade do conhecimento.

Também parece consenso estabelecido que nessa sociedade não se aprende apenas na escola. Os jovens e adultos chegam às salas de EJA realizando estimativas e desenvolvendo formas interessantes de cálculo mental, embora tenham muitas dificuldades para formalização dos raciocínios. Por isso, uma proposta de educação matemática de jovens e adultos deve ter como ponto de partida a criação de um ambiente de aprendizagem no qual a intersubjetividade e a dialogicidade sejam os seus principais caracteres. A análise dessas heurísticas e das implicações para a criação desse ambiente é, então, o principal objetivo desse estudo. Trata-se de pensar a Matemática como uma linguagem, isto é, como componente de alfabetização. Mas é preciso pensar, também, nos aspectos relativos ao uso social amplo do conhecimento matemático, ou seja, numa perspectiva de letramento/numeramento.

É fato que a argumentação sobre o problema das competências resulta de forte pressão social sobre a escola para que a formação de nossos alunos contemple o desenvolvimento de outras formas de pensar, indo muito além do caráter pragmático e utilitarista do qual a educação, por sua própria natureza, se reveste. Sem dúvida, o contexto em que se dá a comunicação influencia a aprendizagem. Sob o nosso ponto de vista, comunicação envolve linguagem (linguagem oral ou escrita, linguagem matemática ou linguagem textual), interações e significados de aprendizagem.

Charlot (2005) considera que ensinar não é apenas transmitir conhecimentos; ensinar também significa humanizar, socializar e contribuir para o desenvolvimento da potencialidade humana. O seu modo de pensar sugere que a atividade do sujeito exige reciprocidade, isto é, educador e educandos são sujeitos ativos e é necessário compreender que é “o aluno que

deve aprender e que não se pode aprender em seu lugar. Mas isso supõe que o aluno entre em uma atividade intelectual” (CHARLOT, 2005, p. 84).

No caso da Matemática, alunos adultos conseguem, muitas vezes, resolver problemas “de cabeça”, ou seja, não usam algoritmos convencionais para chegar ao resultado esperado, mas mostram-se inteligentes e capazes de interagir em situações de uso social do conhecimento matemático. No entanto, a sociedade do pensamento cartesiano valoriza mais o escrito e encontra nas práticas matemáticas o seu padrão. Parece que nessa concepção de sociedade é consensual que a utilização de habilidades matemáticas, ainda que informais, é uma indicação de racionalidade. Se o uso social dos modelos matemáticos é fundamental nas práticas humanas, a ideologia da certeza absoluta deve ser desafiada no sentido de maior valorização dos processos de pensamento e das estratégias dos alunos para a apropriação do conhecimento matemático.

No caso de jovens e adultos pouco ou não escolarizados, tomada a decisão pelo ato de estudar, sabemos que trazem para a escola várias experiências vivenciadas no seu cotidiano que exigem reconhecimento de números, contagem e cálculo. Por vezes, o educador de jovens e adultos se surpreende com o desenvolvimento por seus alunos de estratégias próprias muito eficazes para a resolução de problemas com os quais se deparam na prática social e percebe o distanciamento entre a Matemática escolarizada e as heurísticas desenvolvidas pelos mesmos para dar conta das questões a eles colocadas.

Por outro lado, isso também está posto, o aluno da Educação de Jovens e Adultos (EJA) vive uma trajetória de exclusão que limita o seu acesso ao acervo cultural produzido pela humanidade. Os que abandonam a escola o fazem por fatores de ordem social e econômica, mas também por se sentirem excluídos da dinâmica de ensino. Nesse processo de exclusão, o insucesso na aprendizagem da Matemática tem exercido um papel e determina a frequente atitude de distanciamento, temor e rejeição a essa disciplina que se mostra aos alunos como inacessível e sem sentido. São rotineiras e absurdamente repetitivas as queixas dos próprios alunos quanto à incapacidade para aprendizagem da Matemática, ao menos da Matemática escolarizada, fato, aliás, para o qual nem todos os estudantes atentam.

Ao assumirem a condição de estudantes, jovens e adultos trazem para a escola, como apontamos acima, noções matemáticas desenvolvidas de modo informal ou intuitivo. Embora isso seja importante para a sua prática social, não constitui condição suficiente para uma inserção harmônica na sociedade contemporânea face às competências exigidas no mundo do trabalho. Sabem das necessidades sempre presentes de preencher uma ficha, interpretar informações de um manual ou panfleto publicitário, lidar com dados matemáticos de uma receita, dosagem de remédios, comprar, pagar e conferir troco, etc.

No entanto, constata-se que as teorias da aprendizagem e do desenvolvimento consideram historicamente a criança e o adolescente. “Os processos de construção do conhecimento e de aprendizagem dos adultos são, assim, muito menos explorados na literatura psicológica do que aqueles referentes às crianças e aos adolescentes.” (OLIVEIRA, 1999, p. 60).

Os educandos jovens e adultos desenvolvem suas ações, no contexto matemático, de forma empírica, pouco elaborada do ponto de vista do conhecimento sistematizado. Mas sabem da sua importância e buscam na escola a compreensão do trajeto que vai do concreto para o abstrato, do histórico para o lógico, do oral para o escrito, do mental para o formal, isto é, a organização sistemática do conhecimento matemático visto que isso tem uso social inerente.

Quando os jovens e adultos iniciam ou retomam seus estudos, vêm com grandes expectativas de aprender as técnicas operatórias (“fazer as contas no papel”, no seu modo de dizer). Na sala de aula, o educador deve responder a essas demandas, mas deve ter a consciência de que os desafios que se colocam são muito maiores.

Para muito além do conhecimento empírico, eles precisam avançar no sentido de saber fazer questionamentos, desenvolver raciocínio argumentativo, resolver situações-problema, assimilar rapidamente informações, ampliar a capacidade de estabelecer relações, reconhecer regularidades e coerências, prever, generalizar, projetar e abstrair, fundamentos e objetivos intrinsecamente relacionados ao fazer matemático.

Desse modo, essa é uma reflexão que busca analisar os dramas e as tramas da prática pedagógica em Matemática e as implicações teórico-metodológicas da inserção dessa disciplina nos processos de EJA.

A MEDIAÇÃO DIALÉTICA ENTRE O CONCRETO E O ABSTRATO: PERSPECTIVAS TEÓRICAS E PRÁTICAS

Eli (nome fictício) é aluna de um programa de educação de jovens e adultos sob minha coordenação que nos instiga a refletir muito sobre o papel da escolarização. Numa avaliação diagnóstica realizada verbalmente na efetivação da matrícula, propus a ela resolver o seguinte problema: “Um garoto vende gomas num ponto de parada de ônibus. Ganha R\$ 0,15 por goma que vende. Ontem ele ganhou exatamente R\$ 10,80. Você sabe me dizer, aproximadamente, quantas gomas ele vendeu?”.

Eli, 48 anos, pensou por um instante e não hesitou:

Dez dá R\$ 1,50. Vinte são R\$ 3,00. Sessenta são R\$ 9,00. Com mais R\$ 1,50 é mais 10 gomas. Já são 70 gomas. E R\$ 10,50 em dinheiro. Mas têm mais 2 gomas dos trinta centavos. É 72 gomas?.. (sic).

Sinalizei que estava exata a resposta e solicitei que tentasse resolver com lápis e papel. Com certa apreensão no olhar, exclamou:

Não entendo Matemática... Tenho muita dificuldade para escrever. Acho que são as minhas mãos... Isso não é para mim. Não entendo essa Matemática da escola. Sabe, professor, estudei alguns dias só... Mal aprendi a escrever o meu nome. Mas eles não me enganam. Aprendi com a vida. Faço tudo de cabeça [...].

Seguramente, o problema não é com as mãos. E nem com a cabeça, dada a lucidez e vivacidade de raciocínio. Insisti, perguntando se sabia a conta (operação) que solucionava o problema. Disse que não, mas que tinha que “*ver quantas vezes os 15 centavos cabia no total*”. Com incrível agilidade mental respondera que foram vendidas 72 gomas. Insisti que tentasse fazer o cálculo, buscando reproduzir a ação mental que desenvolvera. Com muita dificuldade para escrever, ela procedeu assim:

15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	2 veis	3 veis	1,50	30
											20 g	60 g	10 g	2 g
72 goma														

Tendo iniciado a entrevista pensando que Eli não conseguiria resolver o problema, fiquei impressionado com a sua agilidade mental. Restaram-me duas certezas: a primeira, de que ela nem imaginava o uso do algoritmo da divisão para resolver o problema; a segunda, que posto num processo significativo de aprendizagem matemática, Eli avançaria até com certa facilidade para os procedimentos algorítmicos. Na escola, o professor impõe um modelo de pensamento matemático (a técnica operatória), cujo desenvolvimento histórico percorreu uma trajetória de erros e acertos que certamente passou por essa etapa, mas que é negligenciada na ação didática cotidiana. Ao educador cabe fazer a aproximação entre o raciocínio elaborado pelo aluno e o trajeto que ele deseja ver seu aluno fazendo para a aquisição de uma aprendizagem calcada em bases científicas. Na EJA isso pode fazer a diferença, determinando a permanência do educando na escola.

Essa preocupação com o desenvolvimento do raciocínio matemático não é recente. Poincaré (1927) defende a ideia de que o professor, para favorecer o desenvolvimento do raciocínio matemático do aluno, deve considerar a intuição matemática no ensino. Esse caminho, segundo ele, não é linear e a intuição deve ser o ponto de partida. A demonstração matemática ou a formalização deve constituir o ponto de chegada.

O educando jovem ou adulto é um ser que pensa e, consequentemente, percebe coisas, cria imagens mentais, estabelece e analisa relações, opera mentalmente e formula conceitos. Esse fazer/compreender do homem acompanha-o ao longo da vida, independentemente de sua inserção na escola. Nas experiências escolares, os professores devem estar atentos a essa construção para que a apreensão, a análise, a reflexão e a operação sobre o real não sejam obstruídas por ações pedagógicas que ora infantilizam o adulto, ora se constituem em fragmentos de raciocínio muito distantes do modo de pensar do aluno.

O aprender, o conhecer, em Matemática, exige do sujeito o querer e o interagir com os pares e com o objeto do conhecimento. Trata-se de construção cognitiva que é, ao mesmo tempo, coletiva, ativa e individual. Possui aspectos figurativos, operativos e conotativos.

Isso posto, considere-se ainda que:

a transmissão do saber pelas vias não letradas supõe o prévio conhecimento da linguagem falada. Para conhecê-lo basta ao indivíduo adulto ser normal. A linguagem falada não é aprendida na escola e sim no desenvolvimento social do ser humano. Ela é sem dúvida o fundamento de todo o conhecimento e por isso pode-se dizer que o analfabetismo *a rigor* não existe, pois o homem normal é sempre capaz de expressar em sons falados seu pensamento. O que necessita é apenas progredir até o ponto em que se torna para ele uma necessidade também expressar por meios gráficos seu pensamento, mas esta necessidade deriva sempre da primeira. (VIEIRA PINTO, 1985, p. 101-102, grifo do autor).

Daí que o conteúdo da educação, tal como a forma, tem caráter eminentemente *social* e, portanto, *histórico*; as relações entre ensino e aprendizagem da Matemática não podem se furtar a essas considerações. Assim, para além da preocupação com a garantia do direito à educação, é salutar a adequação do trabalho pedagógico às demandas, características, expectativas e desejos dos educandos, fio condutor de um processo de atribuição de sentidos e significados de aprendizagem.

Impõe-se considerar que o conhecimento figurativo relaciona-se ao real externo ao sujeito. É a apreensão de fatos ligados a objetos, pessoas e coisas, sem estabelecimento de relações.

A interpretação, um tanto enviesada, da oposição entre transmissão e construção do conhecimento matemático coloca na escola, em geral, e na educação de jovens e adultos, em particular, situações pedagógicas que precisam ser desmistificadas. Em nossa compreensão, transmissão e construção de conhecimento são instâncias que sustentam a busca de elaboração do pensamento teórico e se complementam dialeticamente; o que deve ser questionado é a repetição mecânica, sem compreensão. Igualmente, não se constrói conhecimento a partir do nada.

O que significa partir da realidade do educando adulto? O que é o concreto na aprendizagem da Matemática? Como se consolida a transição do concreto para o abstrato?

Do nosso ponto de vista, concreto e abstrato não se constituem em instâncias dissociadas; o concreto contribui para o desenvolvimento da abstração e o abstrato melhora a compreensão que detemos do concreto, do real.

A escolarização formal tem se baseado na mera tentativa de transmissão, via ensino teórico e aulas expositivas, de explicações e de artefatos teóricos distantes do modo de pensar dos jovens e dos adultos e no suposto adestramento em técnicas e habilidades mediante ensino prático com exercícios repetitivos. Nem é possível denominar essa postura de abordagem comportamental, como pretendem alguns críticos, posto que a meu ver a abordagem comportamental se vale, em geral, de abordagem fundamentada em aspectos quantitativos e tem uma metodologia específica bem desenvolvida. Não me ocorre que essa seja a perspectiva que contemple as ações didáticas geralmente constatadas nas aulas de Matemática da escola tradicional.

A perspectiva metodológica que enfatiza o conhecimento figurativo centra-se na memorização imitativo-repetitiva, nos procedimentos algorítmicos enfadonhos, nos truques e macetes.

O educando adulto, nesse caso, não estabelece relações, não liga o conhecimento anterior ao conhecimento novo. Observa o numeral 75, mas não sabe bem o que ele tem a ver com o 74 e com o 76 em sua representação formal. Por analogia com o uso do dinheiro, que é do seu cotidiano, pode escrever 70 5, com esse espaço entre o setenta e o cinco, já que se refere, de forma clara para ele, à ideia de quantidade representada por uma nota de cinquenta reais, duas notas de dez reais e mais uma nota de cinco reais, além das diferentes formas de composição com notas.

Isso traz algumas implicações para o ato de ensinar. Primeiramente, não se pode negligenciar o fato de que esse educando adulto busca na escola a sistematização formal desse conhecimento que detém, tido como de senso comum, e viabilizar para ele essa condição é papel da escola.

Nesse sentido, solidificou-se no ensino de Matemática a ideia de que concreto e abstrato se caracterizam como instâncias dissociadas, com o concreto se identificando com a manipulação de objetos e o abstrato com as representações formais, com definições e sistematizações. Opõe-se à ação física à ação intelectual, o que traz danos para a construção do fato matemático, posto que toda ação física pressupõe uma ação intelectual. Na verdade, aprender é construir significados e atribuir sentidos; cumpre, pois, compreender a aprendizagem como um processo no qual essas duas dimensões intervêm associadamente, de forma relacionada.

Os conhecimentos envolvem diferentes níveis de abstração, de modo que as concretizações configuram os significados que lhes vão sendo atribuídos pelos sujeitos. Se considerarmos, então, que concreto e abstrato são dimensões relacionadas da aprendizagem matemática, devemos considerar também que o conhecimento matemático é, de fato, uma ação interiorizada em pensamento; é uma ação abstrata, simbólica, formal e lógica, o que não deve justificar, em nome dessa assertiva, a apresentação dos fatos matemáticos de maneiras distantes dos modos de pensar do jovem e do adulto.

Por seu turno, o conhecimento conotativo refere-se à formação de conceitos, de significados. Vai além do figurativo, posto que o educando apreende o real e passa a dar sentido a ele, utilizando-se dos conceitos elaborados, conforme os seus significados, em ações mentais, embora ainda não consiga, no caso do conceito matemático, a sua formalização adequada. É um conhecimento que se concretiza, em dimensão significativa, pelo uso social de coisas, objetos e conceitos.

Paulatinamente, essas ações vão se estruturando e se modificando ao longo do desenvolvimento cognitivo, avançando do conhecimento típico de abstração empírica, sem estabelecimento de relação de transitividade e de análise, e evoluindo para a tomada de consciência dessas relações.

O sujeito pensa, reflete, reconstrói ou modifica uma situação matemática, relacionando a representação simbólica e o significado. A ação do sujeito assume a característica dialética de reversibilidade, marca da abstração reflexiva que permeia o processo de conhecimento operativo. Trata-se, então, de resgatar no ensino da Matemática a intencionalidade dos sujeitos que produzem, usam ou divulgam o conhecimento matemático, bem como as influências da cultura e das relações de poder que se manifestam nesse processo de difusão do pensamento matemático. Impõe-se a aprendizagem não apenas do ponto de vista da compreensão individual, mas de ação pedagógica delineada no processo de apropriação coletiva e histórico-cultural do conhecimento matemático, de seu uso social e das implicações políticas que determinam a inserção dos educandos nesse processo.

A aprendizagem matemática não pode se resumir à tentativa de compreensão da Matemática pronta, mas conduzir os educandos à possibilidade de fazer investigação matemática adequada a cada nível de ensino. A

rigor, inserir os educandos num processo de redescoberta da Matemática, sendo a investigação matemática uma das atividades que os alunos podem desenvolver e que se relacionam, de certo modo, com a resolução de problemas.

Isso posto, não se retira o fato matemático do material concreto, nem do jogo ou da brincadeira. Ele sempre é uma abstração, uma ação interiorizada em pensamento. São ações intrinsecamente relacionadas e que constituem a mediação para a construção do pensamento matemático.

Assim é que Ale, educadora de jovens e adultos, propõe numa aula que os alunos “determinassem de quantas maneiras diferentes poderiam formar R\$ 1,50 usando moedas de 5, 10, 25 ou 50 centavos, podendo repeti-las”.

Os alunos tentaram resolver usando esquemas de tentativas por ensaio e erro e embora conseguissem várias soluções corretas, ficaram faltando várias delas. Deo, um aluno idoso, valeu-se de moedas do dinheiro simbólico que tinha à disposição na sala e conseguiu convencer os colegas da certeza do seu encaminhamento. Segundo ele: “com as moedinhas fica mais fácil; eu vou montando e depois é só tirar as repetidas”.

Então, a professora Ale intervém na discussão e propõe a construção de uma tabela para organização dos dados. Deo que, segundo ele próprio, já tinha conseguido as soluções com o dinheiro simbólico, queria falar todas as combinações, de imediato. A professora não permitiu e indagou ao grupo sobre a melhor estratégia para começar. Deo argumentou que era melhor começar com as moedas maiores. A professora elogiou a indicação dele e o grupo concordou. Assim, os alunos apontavam as soluções e ela anotava na lousa num esquema do tipo:

R\$ 0,05	R\$ 0,10	R\$ 0,25	R\$ 0,50
-	-	-	3
-	-	2	2
1	2	1	2
-	5	-	2
2	4	-	2
4	3	-	2
6	2	-	2
8	1	-	2
10	-	-	2
-	-	4	1
1	2	3	1
3	1	3	1
5	-	3	1
-	5	2	1
2	4	2	1
-	5	2	1
10	-	2	1
1	7	1	1
3	6	1	1

Nesse ponto, Deo, já um tanto encabulado, exclama: *“Nossa, tinha esquecido um monte de respostas. Nem imaginava que pudessem ser tantas... Professora, isso está certo?”*.

Percebi a maioria dos alunos com essa indagação ao olharem para a professora. Senti que também ela estava surpresa. Mas conteve-se e propôs aos alunos que conferissem os resultados para concluir pela exatidão das respostas. Então, Ale diz para a classe que quando fizera a proposta do problema também não imaginava que fossem tantas as combinações. E que bastavam o que já tinham conseguido para o objetivo que estabelecera para aquela aula.

Note-se que uma atividade muito simples resultou num amplo contexto de negociação de sentidos e significados de aprendizagem, permitindo a exploração de noções matemáticas importantes tais como o tratamento e a organização de dados, o raciocínio multiplicativo, o raciocínio

aditivo, além do desenvolvimento de uma atitude de raciocínio num ambiente de incerteza, por tentativa e erro.

Na sequência, a professora explorou significativamente noções de expressões numéricas que geralmente aparecem de forma arbitrária na escola. A expressão $10 - (3 \times 0,25 + 6 \times 0,15)$ passou a significar para os alunos: “tenho 10 reais e compro 3 lápis que custam 25 centavos cada e 6 borrachas que custam 15 centavos cada. Quanto me resta?”.

Igualmente, a expressão numérica $10 + 2 \times 5 + 5 \times 1$ passou a significar para os alunos: “uma nota de 10 reais, somada com duas notas de 5 reais e mais 5 notas de 1 real”. A generalização desse pensamento conduziu à ideia de que $2 \times 20 - (10 + 3 \times 5) = 15$ significaria que “tinha duas notas de 20 reais e gastei uma nota de 10 reais e 3 notas de 5 reais no supermercado, restando 15 reais”.

A compreensão, na devida conta, da relação concreto-abstrato deve conduzir o educador da EJA a pensar, ainda, que:

Os materiais de ensino deixam de ser apenas aqueles criados com o fim de ensinar Matemática. O importante não é mais o material e, sim, a intencionalidade do educador. Buscam-se, nos materiais estruturados e nos jogos comerciais e tradicionais, formas de tratamento pedagógico dos conteúdos de Matemática possíveis de serem desenvolvidos em sala de aula (...). O que se torna importante não é mais o brinquedo e, sim, o ato de brincar como elemento desencadeador de situações de aprendizagem. (MOURA, 1995, p. 22).

Isso implica, por exemplo, que, conforme o desenvolvimento cognitivo do sujeito, até mesmo algo abstrato como um gráfico ou um esquema pode servir como mediação para a transição concreto-abstrato, uma vez que permitiria a ele “sustentar” as hipóteses levantadas, testando a sua veracidade de modo a avançar na construção da ideia matemática.

Diria, portanto, que a educação se configura como “matemática” quando o conteúdo matemático é concebido como o conhecimento em movimento, produzido coletivamente para resolver problemas tipicamente matemáticos. No caso da EJA, isso pode fazer a diferença.

APROPRIAÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO MEDIANTE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Pensar a educação matemática nos processos de EJA implica pensar em propiciar aos educandos oportunidades de contar as suas experiências, suas histórias de vida, de falar das heurísticas desenvolvidas para enfrentamento das situações da realidade, de expor o que sabem sobre ideias matemáticas e sobre suas necessidades cotidianas. Calcular, medir e matematizar situações convencionais são requisitos para a vida social. Mas isso ainda é pouco.

As competências exigidas do trabalhador pelas tecnologias de informação impõem-nos pensar num processo de ensino de Matemática em EJA, no qual o sujeito possa levantar hipóteses e testá-las, desenvolvendo raciocínio argumentativo, de modo a estimular a construção de estratégias para resolução de problemas, a discussão dos resultados e uma atitude permanente de busca de autonomia.

O tratamento integrado entre os temas da Matemática e destes com as demais áreas do conhecimento deve trazer à tona, além dos conhecimentos de números e operações tradicionais no trabalho da EJA, as noções fundamentais de geometria, medidas e estatística, os conteúdos voltados para o resgate da identidade cultural do educando adulto e para a compreensão das relações de poder manifestas nos processos de produção, especialmente nas relações de trabalho produtivo, condições essenciais para o exercício da cidadania. Isso se constata em depoimentos de educandos jovens e adultos tais como o proferido por Cec:

Sou a melhor confeitadeira da região. Sei colocar as medidas certinhas no bolo. Isso ninguém precisa me ensinar. O que eu não sei é o que significa aqueles números, um em cima do outro... Eu quero agora é poder passar a receita para os outros, por escrito.

Na educação matemática de jovens e adultos, como de resto, em qualquer processo de aprendizagem, o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem. De fato, o aluno aprende quando mobiliza os seus conhecimentos, os seus recursos cognitivos e afetivos com vistas a atingir um dado objetivo.

Por isso, a educação matemática deve considerar como pressuposto o fato de que, para ser ensinado, o saber matemático acumulado deve ser transformado, isto é, passar por um processo de transposição didática e por uma compreensão do professor dos obstáculos epistemológicos que se colocam no processo.¹

Impõe-se, portanto, ao educador, criar um bom ambiente de aprendizagem, a partir do conhecimento que detém dos seus alunos. Não há como falar em aprendizagem significativa se não conhecermos os sujeitos de aprendizagem e suas motivações para aprender.

(DES)CONTEXTUALIZAR, HISTORICIZAR E ENREDAR

Há que se considerar, sob esse ponto de vista, que os conhecimentos matemáticos elaborados não podem colocar-se vinculados a um contexto meramente concreto e único, isto é, devem ser passíveis de generalização e transferência a outros contextos:

O ensino e a aprendizagem da estrutura, mais do que simples domínio de fatos e técnicas, está no centro do clássico problema da transferência. Há muitas coisas que compõem um aprendizado desse tipo, entre as quais não são menos importantes as habilidades e hábitos básicos que tornam possível o uso ativo das matérias a cuja compreensão se tenha chegado. (BRUNER, 1978, p. 10 - 11).

O conhecimento matemático é construído significativamente quando pode ser mobilizado em situações diferentes daquelas que lhe deram origem, ou, como deseja Bruner (1978), possa se consolidar como transferível para novas situações. No extremo, os conhecimentos devem ser descontextualizados, para serem novamente contextualizados. Assim é que Dan, educadora de jovens e adultos, propôs aos seus alunos resolver o seguinte problema:

Um agricultor deseja cercar, com uma tela de 48 metros de comprimento, um terreno retangular para fazer uma horta que tivesse a maior área possível. Vamos ajudar o agricultor, descobrindo quais seriam as dimensões ideais do terreno, nas condições dadas?

¹ A respeito, ver: CHARNAY, R. Aprendendo (com) a resolução de problemas. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artmed, 1996.

Constataram-se manifestações de toda ordem. Alguns alunos fizeram desenhos tentando descobrir a resposta ideal; outros disseram que não sabiam calcular a área; e, outros, pensavam que a área fosse a soma das medidas dos lados. A professora ilustrou, usando as dimensões da sala de aula, o que seriam o perímetro ou a área. Então, Joa questiona:

A soma dos lados tem que ser 48m. Deve ter a maior superfície, também. Professora, esse problema não é igual àquele das notas de dinheiro? Eu acho que é 13m por 11m.

A professora assentiu que era possível e indagou sobre o que deveria ser registrado na tabela em função da analogia com o problema sobre as notas de dinheiro simbólico. Os alunos foram indicando: lados (comprimento e largura), soma das medidas dos lados (perímetro) e superfície (área). De particular interesse foi definir qual seria o maior comprimento possível para a horta. Sugeriram, aleatoriamente e sem muita reflexão, 48m, 24m e 12 m. Até que Bar estabeleceu que:

Oia, não pode ser maior que 24m. Vixe!... Não pode ser nem 24m, se não um lado fica em cima do outro. Professora, pode ser em metros e centímetros?

Após a professora informar que queria a resposta em metros, em números inteiros, que não considerassem medidas compostas em metros e centímetros, construiu-se a tabela:

Comprimento(m)	Largura (m)	Perímetro (m)	Área (m ²)
23	1	48	23
22	2	48	44
21	3	48	63
20	4	48	80
19	5	48	95
18	6	48	108
17	7	48	119
16	8	48	128
15	9	48	135
14	10	48	140
13	11	48	143
12	12	48	144

Alguns educandos queriam continuar com o desenvolvimento da tabela, mas um aluno esclareceu que a partir daí começavam a repetir as medidas. Com habilidade, a professora explorou as regularidades observadas na mesma: aumentando-se o comprimento, diminui-se a largura; o perímetro se mantém constante e a área varia, aumentando progressivamente até o máximo de 144m^2 .

Foi muito interessante notar a discussão que se estabeleceu sobre a resposta adequada ao problema: $13\text{m} \times 11\text{m}$ ou $12\text{m} \times 12\text{m}$. A professora aproveitou bem a oportunidade e explorou adequadamente os conceitos de quadriláteros e paralelogramos, estabelecendo que *“todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado”*.

Dessa forma, o contexto no qual se desenvolvem ideias matemáticas é que permite não se perder aspectos importantes do raciocínio ao se resolver um problema matemático.

É pela manutenção do sentido do todo e de cada operação mental, particularmente, que o sujeito se torna apto a resolver adequadamente o problema, como também a transferir para novas situações o conhecimento construído na prática.

Nessa ação pedagógica, historicizar a abordagem das ideias matemáticas como forma de se compreender a sua evolução e pensá-la como processo de construção, bem como enredar os programas de ensino por meio de conexões com questões do cotidiano dos alunos, com problemas de outras áreas do conhecimento, ou ainda, entre os próprios temas da Matemática, constitui a perspectiva metodológica de descoberta e tratamento desse conteúdo como linguagem que, como tal, consolida os processos de leitura e de escrita.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pelo exposto, o estabelecimento de uma relação dialógica na aula de EJA permitiu a expressão do pensamento autônomo. A comunicação entre a educadora e os educandos possibilitou explorar os conhecimentos prévios deles e constituiu a base para a transposição didática e a melhoria

da simbologia desenvolvida pelos alunos em função dos esquemas de pensamento que detinham e os códigos formais veiculados pela escola.

Desse modo, a trajetória percorrida permite-nos considerar que é pressuposto básico na educação matemática de jovens e adultos o esforço para o resgate do significado do conteúdo matemático que se vai ensinar, com vistas ao restabelecimento da relação entre conceitos e procedimentos matemáticos e o mundo dos fenômenos vivenciados pelo homem.

Isso impõe pensar numa escola sintonizada com as necessidades e aspirações populares cuja conduta pedagógica se constitui basicamente em termos de “O que ensinar” (conteúdo), “Como ensinar?” (métodos), “Por que ensinar?” (objetivos) e “Para quê? Para quem ensinar?” (realidade objetiva).

Isso implica numa ampla revisão dos processos de formação de professores que raramente consideram adequadamente a questão da especificidade dessa área do conhecimento e na reorganização dos programas de ensino de Matemática numa perspectiva que evolua da concepção internalista, marcada pela linearidade dos currículos, para uma concepção externalista cuja forma de organização dos currículos é histórico-lógica, isto é, considera a forma de evolução histórica dos conceitos matemáticos.

Trata-se de considerar uma ação pedagógica que possa articular adequadamente essas dimensões ou concepções de organização curricular visto que a concepção internalista prevalecente no ensino da Matemática pode favorecer a organização do pensamento lógico-matemático apenas como um processo resultante do modo de pensar do matemático ao passo que a concepção histórico-lógica permite ver a Matemática como construção humana, num processo de erros e acertos, avanços e recuos.

Por outro lado, é certo que a língua materna e a Matemática desempenham no currículo básico um papel semelhante: ambas se prestam à descrição, interpretação, criação de significados e construção de esquemas conceituais. Desse modo, pretende-se que o aprendizado da Matemática na escola fundamental assuma os contornos de uma consolidação do processo de alfabetização nos aspectos quantitativos da realidade, no reconhecimento das formas, na articulação lógica dos significados e no desenvol-

vimento gradativo da capacidade cognitiva de arquitetar soluções para os problemas envolvendo grandezas.

O propósito é o de organizar situações pedagógicas que conduzam o educando à descoberta dos fatos fundamentais da Matemática de modo a elaborar paulatinamente, em linhas gerais, as noções fundamentais das estruturas conceituais, sem a preocupação com uma linguagem formal decorrente de uma prematura formação de conceitos. Pelo exposto, registre-se a preocupação em estabelecer que ao tratar de determinado conteúdo matemático, o professor tenha consciência de que a Matemática passou por transformações ao longo de sua história e considere as implicações pedagógicas de se investigar holisticamente a geração (cognição), a organização intelectual (epistemologia), a organização sociocultural (história) e a difusão (ensino) do conhecimento matemático.

Transformar a ação pedagógica na escola começa por definir que o processo de construção do conhecimento matemático no ensino fundamental deve ter como ponto de partida a matemática como elemento cultural, uma forma de comunicação humana.

Para tanto, parece imperativo formar um professor que tenha clareza de que saber Matemática é condição necessária, mas não suficiente, para ensinar Matemática: há que se considerarem as implicações sociais, psicológicas, filosóficas e políticas envolvidas nesse processo.

Em suma, trata-se de pensar a formação de um professor epistemologicamente curioso.

REFERÊNCIAS

- BRUNER, J. S. *O processo da educação*. São Paulo: Nacional, 1978.
- CHARLOT, B. *Relação com o saber, formação dos professores e globalização: questões para a educação hoje*. Porto Alegre: Artmed, 2005.
- MOURA, M. O. Formação do profissional de Educação Matemática. *Temas e Debates*. São Paulo, v. 8, n. 7, p. 16-26, 1995.
- OLIVEIRA, M. K. Jovens e adultos como sujeitos de conhecimento e aprendizagem. *Revista Brasileira de Educação*, São Paulo, n. 12, p. 59-73, 1999.

PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). *Didática da Matemática*: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 1996.

POINCARÉ, H. *Science et Méthode*. Paris: Flammarion, 1927.

VIEIRA PINTO, A. *Sete lições sobre a educação de adultos*. São Paulo: Cortez, 1985.

CAPÍTULO 3

COGNIÇÃO NUMÉRICA: CONTRIBUIÇÕES DA PESQUISA À CLÍNICA

Flávia Heloísa dos Santos

Fabiana Silva Ribeiro

Paulo Adilson da Silva

Rosana Satiko Kikuchi

Juliana Molina

Marina Cury Tonoli

INTRODUÇÃO

O presente capítulo apresenta conceitos elementares relacionados à Cognição Numérica, por exemplo, cálculo e processamento numérico e os modelos de representação numérica. No que concerne ao desenvolvimento, parte de uma capacidade observável na fase pré-verbal, inata para manipular pequenas quantidades sem necessidade do recurso da contagem, denominada *senso numérico*; capacidade esta que seria estimulada na fase escolar e culminaria no desenvolvimento da linha numérica mental que é um produto da experiência. Défices no funcionamento do *senso numérico* e problemas específicos no desenvolvimento de habilidades matemáticas podem produzir a *Discalculia do Desenvolvimento (DD)*. Este capítulo se subdivide em duas partes, a primeira apresenta os estudos internacionais sobre aspectos culturais e emocionais relacionados às habilidades matemáticas, além de discutir as implicações educacionais e neuropsicológicas da DD, principalmente durante a fase escolar, período em que o transtorno se

manifesta de forma mais pronunciada. Na segunda parte será apresentada uma breve coletânea de pesquisas brasileiras, sobre o desenvolvimento da Cognição Numérica, bem como os fatores que influenciam o seu rendimento: idade, gênero, ambiente, método de ensino, nível socioeconômico e estimulação musical.

CONCEITOS ELEMENTARES

A *matemática*, segundo Haskell (2000), é definida como um conjunto de estruturas formais baseadas em regras particulares derivadas a partir de um raciocínio compatível com um grupo de verdades lógicas, o qual demanda habilidades cognitivas de alto nível para a manipulação de operações matemáticas, compreensão conceitual e resolução de problemas. A *aritmética* consiste no entendimento de fatos numéricos, contagem, classificação ordinal, leitura e manipulação dos símbolos e o conhecimento das regras que regem as quatro operações básicas.

Cognição Numérica é a parte das neurociências que estuda as bases cognitivas, neurais e do desenvolvimento dos números e matemática. É influenciada por fatores biológicos, cognitivos, educacionais e culturais (COHEN; WALSH, 2009) e se constitui de dois sistemas denominados primário (DEHAENE, 1997) e secundário (McCLOSKEY; CARAMAZZA; BASILI, 1985).

Com relação ao *sistema primário*, Dehaene (1997) difundiu o conceito de Senso Numérico (*Number Sense*), que seria uma capacidade inata para reconhecer, comparar, somar e subtrair pequenas quantidades sem recurso da contagem; a partir das experiências escolares uma Linha Numérica Mental (*Mental Number Line*) que é orientada espacialmente e representa quantidades se ampliaria progressivamente. Podemos exemplificar o senso numérico pela capacidade para responder, se a quantidade 3 está mais próxima de 1 ou 10, enquanto que a linha numérica mental pode ser ilustrada pela capacidade de identificar em um mapa a distância real entre duas cidades, a partir de uma escala cartográfica. O senso numérico é considerado de extrema importância para o desenvolvimento das habilidades matemáticas de modo que crianças com dificuldades matemáticas

desenvolvem mais lentamente a capacidade de perceber diferenças de magnitude numérica (DEHAENE, 2001)

Em relação ao *sistema secundário*, McCloskey, Caramazza e Basili (1985) estabeleceram que o *cálculo* refere-se à realização de operações matemáticas principais como adição, subtração, multiplicação e divisão, por meio de símbolos (por exemplo, +, -, $\times$ ou $\div$) ou palavras (por exemplo, mais, menos, vezes, dividir), à recuperação desses e de outros fatos aritméticos básicos e à execução de procedimentos de cálculos aritméticos. Por outro lado, o *processamento numérico* refere-se tanto ao entendimento da natureza dos símbolos numéricos associados às suas quantidades, quanto à produção numérica em forma de leitura, escrita e contagem de quantidades.

Os sistemas da cognição numérica foram esquematizados na Figura 1.

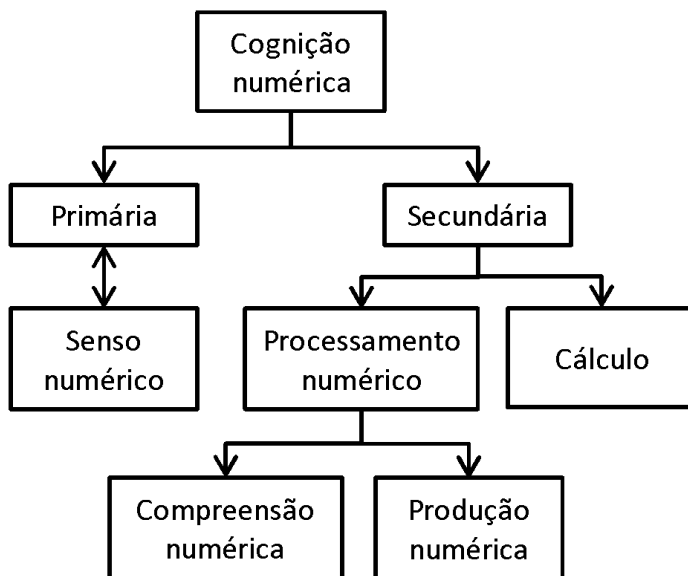


Figura 1: Organização dos sistemas da Cognição Numérica

Fonte: elaboração própria.

DESENVOLVIMENTO DA COGNIÇÃO NUMÉRICA

A capacidade numérica – que corresponde à compreensão implícita¹ de numerosidade, ordinalidade, contagem e aritmética simples – aparece desde o início do desenvolvimento humano e está presente também de outras espécies animais, sugerindo sua abrangência universal (GEARY, 2000). Wynn (1992) demonstrou que bebês de 5 meses de idade podem calcular os resultados de operações aritméticas simples em um pequeno número de itens. Isto indica que os seres humanos são naturalmente dotados de habilidades aritméticas, e que antes do primeiro ano de vida já estão ativos conceitos numéricos elementares. Este processo decorre da capacidade de subtização (*subtizing*) que é a habilidade de quantificar um pequeno número de itens sem uma contagem consciente, que pode envolver o reconhecimento de padrões perceptuais holísticos que não revelam relações ordinais entre os números. A subtização seria um processo que codifica a informação ordinal, e não um procedimento de reconhecimento de padrões, pois produz percepções não-numéricas.

Shinsky et al. (2009) evidenciaram que crianças de três anos possuem melhor capacidade para fazer cálculos de adição do que de subtração, por meio de representações aritméticas não simbólicas. Barth et al. (2006) verificou que crianças de cinco anos de idade são capazes de realizar operações básicas de aritmética (soma e subtração) com estímulos não simbólicos (em padrão de pontos), sugerindo seu desenvolvimento durante a infância. Crianças em torno dos oito anos de idade conseguem escrever quantidades numéricas de três dígitos, reconhecer aritmética, símbolos e realizar exercícios elementares em adição e subtração. Outras competências como a habilidade para a multiplicação e a divisão são adquiridas entre 9 e 12 anos de idade (DEHAENE, 1997; GEARY, 2000). No ensino médio, a complexidade desses processos aumenta, adquirindo procedimentos de várias etapas e em adultos as habilidades quantitativas são ligadas àquelas adquiridas no ensino fundamental e médio (GEARY; FRENSCH; WILEY, 1993). Decorre que, indivíduos idosos (61 a 80 anos) apresentam melhor desempenho do que indivíduos jovens (18 a 38 anos) na resolução de contas de subtração (GEARY; FRENSCH; WILEY, 1993) e adição (GEARY;

¹ Capacidade implícita diz respeito a uma intuição numérica, em outras palavras, a uma aritmética aproximada presente no *homo sapiens*. Constitui-se de um processo rápido, automático, e inacessível à introspecção (DEHAENE et al. 2008). Este termo corresponde, ainda, ao senso numérico.

WILEY, 1991), devido à maior prática na utilização de estratégias de resoluções aritméticas.

MODELOS DE COGNIÇÃO NUMÉRICA

Dehaene e Cohen (2000) propuseram o Modelo do Código Triplo que postula três principais representações dos números: visual arábico, verbal e analógico. Pode-se passar da forma verbal à forma visual (escrever sob ditado) e inversamente (ler os números arábicos) sem necessariamente ativar a “representação analógica das quantidades numéricas” (sem associar os números à quantidade que eles representam).

Von Aster e Shalev (2007) defendem que as habilidades numéricas inatas, assim como o senso numérico, sofreriam uma transição a partir da fase pré-verbal, passando pela fase escolar até a idade adulta que culminaria no desenvolvimento da linha numérica mental. Os autores postularam que a linha numérica mental é um produto da experiência e do desenvolvimento neurológico a qual depende tanto de um sistema numérico intacto quanto do desenvolvimento de habilidades visuoespaciais, da linguagem e da memória operacional, as quais ocupam lugar importante durante a pré-escola e ensino fundamental. Ashkenazi, Mark-Zigdon e Henik (2009) constataram que crianças com DD apresentam maior número de erros na comparação numérica entre números de um dígito e maior tempo de reação na comparação de números de dois dígitos em relação a crianças do grupo controle. Os autores atribuíram este resultado a uma dificuldade para a diferenciação de quantidades nas crianças com DD, que é associada à linha numérica mental e envolve a capacidade de representação analógica de magnitudes numéricas (DEHAENE, 1992).

As habilidades básicas requeridas durante a infância são frequentemente interpretadas como conhecimento fundamental no processamento numérico e em tarefas aritméticas. Dessa forma, pesquisas recentes têm sugerido que um déficit desde o nascimento na formação da unidade numérica (BUTTERWORTH, 1999), ou no senso numérico (DEHAENE, 1992; WILSON; DEHAENE, 2007) estaria subjacente aos problemas específicos do desenvolvimento de habilidade matemáticas, ou seja, à DD (LANDERL; KÖLLE, 2009).

Segundo Von Aster e Shalev (2007) o Modelo de Desenvolvimento para a Aquisição de Habilidades Numéricas constitui-se de quatro passos e estes permitem possíveis previsões quanto às disfunções neuropsicológicas associadas à DD. A Figura 2 apresenta os quatro passos do desenvolvimento, conforme o modelo de cognição numérica proposto pelos autores.

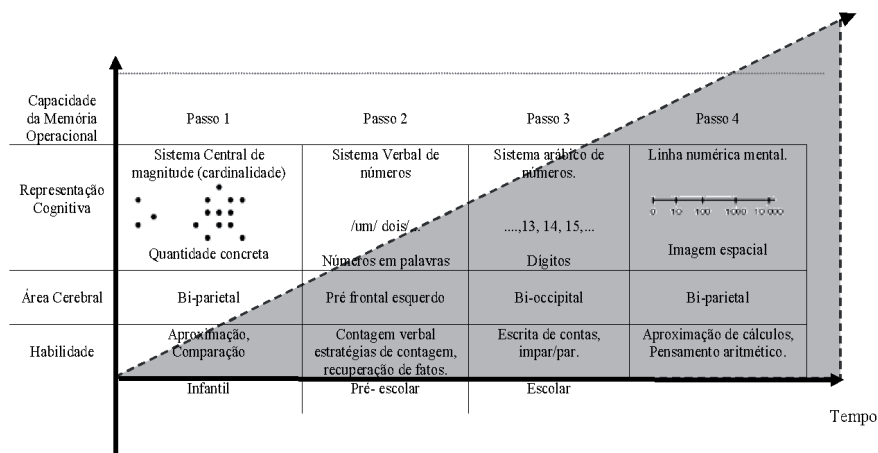


Figura 2: Modelo de desenvolvimento para a aquisição de habilidades numéricas

Fonte: adaptado de Von Aster & Shalev (2007); (Santos, Kikuchi & Ribeiro, 2009).

É importante salientar que este modelo está em convergência com os modelos propostos por Dehaene (1997), onde o passo 1 corresponderia ao senso numérico mental e o passo 4 a linha numérica mental, além disso o constructo teórico das baterias Zareki está orientado pelo modelo do código triplo, explicitado acima (DEHAENE; COHEN, 2000; VON ASTER, 2000), sendo compatível com o Modelo de Desenvolvimento para a Aquisição de Habilidades Numéricas. Os três módulos funcionam de maneira autônoma, interconectada e são ativadas de acordo com as necessidades particulares de cada tarefa e constituem o sistema de processamento numérico e cálculo. Desta forma, as habilidades de aproximação e comparação numérica dependem de um módulo análogo, considerando as habilidades como as de contagem (em operações como as de adição e subtração) dependem do módulo verbal. As operações com diversos dígi-

tos e atividades de julgamento contam o módulo arábico visual, em que os números são representados pelo código Árábico (VON ASTER, 2000).

A memória operacional (*working memory*) é um modelo teórico de múltiplos componentes que representa a função de armazenar e manipular informações auditivo-verbais (alça fonológica) e não-verbais (esboço visuoespacial) por curtos períodos de tempo, as quais são integradas em episódios coerentes (retentor episódico) e dependem de recursos atencionais (executivo central) (BADDELEY; HITCH, 1974). O processo de aprendizagem matemática parece estar fortemente associado ao desenvolvimento da capacidade de memória operacional (GATHERCOLE; ALLOWAY, 2004; GEARY, 2000; DUFF; LOGIE, 2001; GATHERCOLE et al., 2006), sendo que a realização do cálculo numérico dependeria da ativação de componentes da memória operacional (HITCH; McAULEY, 1991; ALLOWAY, 2006; RUBINSTEN; HENIK, 2009).

Hitch e McAuley (1991) não observaram prejuízos em tarefas de *span* de dígitos, que avalia a alça fonológica em crianças com dificuldades específicas na aprendizagem da aritmética, por outro lado, Duff e Logie (2001) destacaram a importância da memória operacional para o entendimento das operações envolvidas no cálculo, sugerindo assim, que os processamentos de componentes complexos verbais em tarefas de *span* são apoiados pelo executivo central, enquanto que o armazenamento é fornecido pela alça fonológica, destacando então componentes na memória operacional. Outro estudo demonstrou que crianças com DD, apresentam défices em memória operacional para informações visuoespaciais (SILVA; SANTOS, 2011; SILVA; RIBEIRO; SANTOS, 2015).

DISFUNÇÕES DA COGNIÇÃO NUMÉRICA

Acalculia. Refere-se a uma condição em que pacientes com habilidades normais para cálculos desenvolvem prejuízos no processamento numérico como consequência de uma lesão cerebral (HEILMAN; VALENSTEIN, 2003). Três subtipos foram postulados por Hécaen et al. (1961): i) Acalculia com alexia e agrafia para números: prejuízo para ler ou escrever números, associado a lesões no hemisfério esquerdo (principalmente parietal); ii) Acalculia de tipo espacial: prejuízos na organização espacial de

números, com desalinhamento numérico e inversão dos números, associados a lesões no hemisfério direito; iii) Anaritmética: é diagnosticada quando a acalculia não corresponde às outras duas definições. Denota a discalculia primária, causada por lesões no hemisfério esquerdo e eventualmente por lesões no hemisfério direito. Classicamente a acalculia é associada a lesões no lobo parietal esquerdo e às afasias; contudo, a acalculia pode ser decorrente de danos cerebrais em áreas distintas de cada hemisfério.

Síndrome de Gerstmann. É a constatação de quatro sinais neuropsicológicos identificados (MAYER et al., 1999; MORENO et al., 1991): 1) agnosia digital (falta de habilidade para reconhecer, identificar, diferenciar, nomear, selecionar, determinar e orientar os dedos de maneira normal); 2) desorientação direita-esquerda (incapacidade para nomear ou determinar o lado direito e esquerdo dos objetos, incluindo as partes do corpo); 3) agrafia (alteração da linguagem escrita secundária por uma lesão cortical); 4) acalculia.

Discalculia do Desenvolvimento (DD). Também denominada Transtorno Específico da Habilidade em Aritmética (CID-10; OMS, 1993) e Transtorno Específico de Aprendizagem (DSM-5; APA, 2013) é caracterizada como dificuldade para realizar operações elementares de adição, subtração, multiplicação e divisão, sem que isso seja resultado de um ensino inadequado ou deficiência intelectual exclusivamente (F81. 2, OMS, 1993); o diagnóstico requer que tais operações sejam aferidas por testes padronizados² (315.1; APA, 2013). Este transtorno pode também influenciar de maneira consistente nas atividades da vida diária do indivíduo afetado, particularmente as atividades acadêmicas (HAASE; SANTOS, 2014). A DD é um prejuízo persistente, associado à desatenção, escrita pobre e ao Quociente Intelectual (QI) mais baixo (SHALEV; MANOR; GROSS-TSUR, 2005).

Segundo Landerl et al. (2009) a DD seria proveniente de uma modulação deficiente dos números. Recentemente, discute-se se a DD seria uma desordem múltipla ou única (KAUFMANN, 2008). Rubinsten

² Instrumentos utilizados internacionalmente: Bateria de testes de compreensão de cálculos (Benton, 1963); *KeyMath-R*, *Keymath Diagnostic Arithmetic Test-Revised* (Connolly, 1991), *PIAT-R*, *Peabody Individual Achievement Test-Revised* (Markwardt, 1989). Entretanto, não se tem, até o presente momento, conhecimento sobre estudos quanto à validação e a adaptação dos mesmos em nosso país. No Brasil, há estudos sendo conduzidos com as baterias Zareki-K e Zareki-R.

e Henik (2009) propuseram uma diferenciação entre DD e problemas de aprendizagem da matemática. A primeira seria uma dificuldade específica no processamento quantitativo uma DD pura, baseada no modelo de cálculo de Dehaene e Cohen (2000) sugerem que a DD é causada por um déficit no “senso numérico”, com substrato em regiões cerebrais intraparietais (BUTTERWORTH, 2005; LANDERL; BEVAN; BUTTERWORTH, 2004). A segunda seria causada por défices cognitivos em outras habilidades cognitivas como: (i) baixa capacidade de representação verbal simbólica; (ii) funções executivas prejudicadas, (iii) baixa capacidade de atenção visuoespacial (WILSON; DEHAENE, 2007). De acordo com Landerl, Bevan e Butterworth (2004), os subtipos de DD podem ser descritos em comorbidade com outros Transtornos do Desenvolvimento Psicológico (OMS, 1993).

Estudos recentes têm demonstrado que indivíduos com DD possuem desempenho prejudicado em tarefas simples de processamento numérico como: comparar e nomear dígitos, contar em sequência e contar pequenos números de pontos; suas médias estão um, dois, três ou mais desvios padrões abaixo do esperado em comparação às crianças de mesma escolaridade (LANDERL; BEVAN; BUTTERWORTH, 2004; ROUSSELLE; NOËL, 2007; LANDERL et al., 2008; LANDERL; KÖLLE, 2009; SILVA; SANTOS, 2011; SILVA; RIBEIRO; SANTOS, 2015). A DD se manifesta nos primeiros anos escolares e possui como características: problemas na recuperação da aritmética básica e em exercícios de computação aritmética (GEARY, 1994). As crianças entre 9 e 10 anos podem apresentar graves dificuldades para aprender aritmética e compreender algoritmos de adição, subtração, multiplicação e divisão. No entanto, ao longo dos anos elas podem adquirir conceitos básicos e escrever números, ler, ou relacioná-los às palavras correspondentes (GROSS-TSUR; MANOR; SHALEV, 1996; SHALEV; MANOR; GROSS-TSUR, 1997). Esse ganho parcial é sugestivo de uma desconexão entre conceitos de numerosidade e de símbolos que dão significado aos números. Enquanto a aquisição do conceito de numerosidade permitiria à criança comparações não simbólicas de números, haveria uma inabilidade para comparar os mesmos números expressos simbolicamente sob a forma de dígitos (ROUSSELLE; NÖEL, 2007).

Trata-se de um Transtorno de Aprendizagem que afeta 5% da população escolar (BADIAN; GHUBLIKIAN, 1983). Estudos populacionais em países como: Estados Unidos, Alemanha, Índia, Israel têm demonstrado que a prevalência de DD atinge cerca de 3 a 6,5% da população (BADIAN; GHUBLIKIAN, 1983; GROSS-TSUR; MANOR; SHALEV, 1996; HEIN; BZUFKA; NEUMARKER, 2000; LEWIS, HITCH & WALKER, 1994; RAMMA & GOWRAMMA, 2002) enquanto apenas um terço das crianças apresentam DD pura, que corresponde a uma prevalência de 1% (VON ASTER; SHALEV, 2007). Em cerca de 25% dos casos, a DD é comórbida a outros transtornos, principalmente ao Transtorno do Déficit de Atenção/Hiperatividade (TDAH) e Dislexia (GROSS-TSUR; MANOR; SHALEV, 1996; KOUMOULA et al., 2004; SILVA; SANTOS, 2011; SILVA; RIBEIRO; SANTOS, 2015). Em geral, crianças com DD em comorbidade com a dislexia são mais comprometidas do que as crianças com DD pura ou em combinação com TDAH (SHALEV; MANOR; GROSS-TSUR, 1997).

A DD é influenciada por fatores genéticos (SHALEV, 2004; HEILMAN; VALENSTEIN, 2003), uma vez que gêmeos monozigóticos e dizigóticos possuem mais probabilidade de desenvolver a DD do que a população em geral (ALARCON et al., 1997). Apesar de crianças com DD apresentarem alterações na morfologia encefálica, como redução de substância cinzenta e branca (ROTZER et al., 2008), outros fatores como privação de ensino, classes heterogêneas e ansiedade podem intensificar a manifestação do transtorno (SHALEV, 2004). Kaufmann (2008) apresenta uma revisão em que se evidencia a associação neurológica e funcional entre dedos e números, de maneira que a utilização dos dedos em tarefas aritméticas subsidiaria a formação da representação mental numérica em crianças escolares.

FATORES QUE INFLUENCIAM A COGNIÇÃO NUMÉRICA

O psicólogo é imprescindível na avaliação diagnóstica da DD, considerando sua competência para ponderar a cerca da interação entre aspectos cognitivos, emocionais e culturais; a avaliação médica será necessária para o diagnóstico diferencial e estudo etiológico por meio de estu-

dos genéticos e de neuroimagem. No entanto, uma equipe interdisciplinar poderá auxiliar em distintos aspectos na intervenção na DD por meio de condutas como discutir com os pais a natureza do prejuízo cognitivo da criança; orientar tanto a criança como os pais e a escola quanto às opções de tratamento mais apropriadas às necessidades da criança e fornecer explicações sobre aspectos neurobiológicos subjacentes ao transtorno e implicações da genética familiar (SHALEV, 2007). No processo diagnóstico, os diversos fatores que podem influenciar o desempenho matemático devem ser considerados, a saber:

Educacionais. As escolas públicas e privadas possuem propostas pedagógicas diferenciadas, visto que as escolas privadas adotam sistemas de ensino estruturado, caracterizados pelo uso de material próprio e pela organização das aulas, com a adoção das apostilas, criadas para serem utilizadas em aulas do ensino fundamental, médio e de cursos pré-vestibulares, por outro lado, a rede pública de ensino se utiliza do sistema de livros didáticos e possui a progressão continuada (NEVES; BORUCHOVITCH, 2004). Avaliações com a Zareki-R demonstraram desempenho similar nos testes entre crianças das zonas urbanas e rurais (mas que frequentam escolas urbanas), apesar de as crianças da zona rural geralmente apresentarem nível socioeconômico mais baixo. Observa-se, portanto, que o nível socioeconômico de crianças da zona rural não influencia o desempenho delas em aritmética se as mesmas estão submetidas ao mesmo método pedagógico e estimulação educacional que as crianças da zona urbana (SANTOS et al., 2012).

Linguísticos. A linguagem possui influência direta sobre a capacidade de associação verbal e escrita na decodificação dos números (GEARY, 2000). Outro fator linguístico a ser considerado é a velocidade da pronúncia dos algarismos (NAVEH-BENJAMIN; AYRES, 1986) em que haveria vantagem para línguas de pronúncia mais rápida ou de palavras mais curtas.

Ambientais. Dellatolas et al. (2000) compararam o desempenho em habilidades matemáticas de crianças de 7 a 10 anos divididas em quatro grupos de três países (Suíça, França e Brasil), sendo que no Brasil as crianças foram divididas em dois grupos: escolas do centro e da periferia de Brasília. Entre os resultados observados, crianças brasileiras que frequentavam escolas do centro da cidade apresentaram desempenho superior ao de crianças de escolas periféricas, com nível socioeconômico mais baixo.

Este resultado foi corroborado por Santos, Paschoalini e Molina (2006) na avaliação de crianças brasileiras de regiões rurais e urbanas da região centro-oeste paulista, bem como por Koumoula et al. (2004) na avaliação de crianças gregas rurais e urbanas.

Emocionais. A ansiedade matemática é um dos fatores emocionais que pode influenciar nas habilidades matemáticas, esta consiste em elementos como a angustia e o emocional (LIEBERT; MORRIS, 1967). A angustia está relacionada a preocupações cognitivas sobre o próprio desempenho do indivíduo e o emocional refere-se às reações fisiológicas no momento da realização das tarefas, como aumento da pressão sanguínea e transpiração (URHAHNE et al., 2011). Estudos recentes demonstraram que a ansiedade à matemática é maior em meninas na escola primária e que as expectativas dos pais na realização matemática das meninas é mais baixa, o que pode prejudicar o desempenho delas em matemática (KRINZINGER et al., 2012). Essas diferenças de desempenho em relação à matemática entre os sexos não são determinadas biologicamente, pois desaparecem em países que possuem história evolutiva similar ou em sociedades com maior igualdade socioeconômica entre os sexos (GUIISO et al., 2008).

Plásticos. Neuroplasticidade é a capacidade do encéfalo, da infância até a velhice, mudar estruturas e funcionamento em sua organização, em resposta a experiências ambientais. A plasticidade cortical ocorre durante o processo de amadurecimento e desenvolvimento típico, em processos de aprendizagem e memória, na recuperação de danos cerebrais, mas também como consequência de um ambiente rico ou muito pobre em estimulação sensorial (WAN; SCHAULG, 2010). Estudos sugerem que o treino musical poderia atuar como uma estratégia de reabilitação neuropsicológica, pois a música, linguagem, leitura e matemática compartilham algumas propriedades acústicas como altura, ritmo e timbre, sendo assim as crianças estimuladas por treino musical poderiam aprender esses conceitos mais prontamente (ILARI, 2005; ANVARI et al., 2002). De acordo com Musacchia et al. (2007) o treino musical modificaria a organização cortical, que pode se estender às estruturas sensoriais subcorticais e alcançar locais referentes ao processamento da fala, aumentando nos músicos o controle do tronco encefálico tanto para estímulos auditivos como audiovisuais. Schmithorst e Holland (2004) demonstraram que o treino musical

está associado com o aumento da ativação no giro fusiforme e no córtex pré-frontal do hemisfério esquerdo e interpretaram este achado como uma evidência de ligação entre o treino musical e a memória operacional.

ESTIMULAÇÃO DA COGNIÇÃO NUMÉRICA

O tratamento da DD deve abordar as múltiplas características do transtorno incidindo sobre intervenções educativas para melhorar as competências do estudo, no reforço da percepção numérica e aritmética (LAMMINMAKI et al., 1997; SHALEV et al., 1998). Defende-se que a reabilitação neuropsicológica deve se centrar no déficit neurocognitivo subjacente à DD, como prejuízos perceptivos, visuoespaciais, verbais e perceptivo-auditivos, recomendando-se como estratégia a verbalização de conceitos aritméticos, processos e operações e uma orientação adequada em relação aos conceitos na resolução de problemas (ROURKE; CONWAY, 1997; SHALEV, 2004).

Räsänen et al. (2009) estudaram dois jogos computadorizados para intervenção intensiva e de curta duração para a melhora de habilidades numéricas básicas em crianças pré-escolares com desempenho matemático insatisfatório. Concluíram que houve melhora no processo de subitização e na repetição das tarefas, porém essas crianças não alcançaram melhora significativa em contagem.

Vilette, Mawart, Rusinek (2010) utilizaram o *software* “Estimador” em crianças para promover a interação das representações analógicas e simbólicas dos números na realização de operações de adição e subtração. Neste estudo, metade das crianças com DD recebeu treinamento com o Estimador e apresentaram melhora significativa no desempenho matemático. Os autores recomendam que esta interação seja adotada nos programas de reabilitação e intervenção educativa.

A dissertação de mestrado de Fabiana Ribeiro, processo FAPESP n.º 11/01907-4, teve por objetivo verificar se o Treino Musical produziria efeitos persistentes sobre a Cognição Numérica por meio de um estudo longitudinal em 58 crianças com 8 anos de idade. Cada criança realizou três avaliações individuais: antes do início do treino, após sete sessões de treino musical e ao fim do treino musical. Todos os participantes recebe-

ram, durante três meses, sessões de treino musical semanais, com 60 minutos de aulas em grupo, que envolveram dois tipos de estímulos, o Rítmico e o Auditivo, como estratégia de estimulação complementar ao ensino formal. Os resultados da terceira avaliação indicaram que as crianças do grupo DD que receberam primeiro treino Auditivo e depois Rítmico obtiveram ganhos para a compreensão numérica e para memória operacional visuoespacial e verbal em comparação com as crianças que receberam primeiro o treino Rítmico e depois Auditivo, entretanto a capacidade de cálculo em ambos os grupos ainda estava comprometida em comparação aos controles. Portanto, apesar de a DD ser um transtorno persistente, a formação musical poderia servir como ferramenta para a reabilitação da Cognição Numérica. Contudo, a ordem dos diferentes tipos de metodologia pode afetar os diferentes aspectos da cognição numérica, sendo que a metodologia auditivo-musical aplicada primeiro à rítmica apresentaria melhores benefícios na reabilitação de crianças com DD (RIBEIRO, 2013).

A seguir serão apresentados estudos brasileiros realizados na região Centro-Oeste Paulista em amostras pediátricas com instrumentos especializados para avaliação da Cognição Numérica – Zareki-R e Zareki-K – cujos resultados são discutidos em relação aos fatores associados ao seu desempenho, como: idade, gênero, ambiente, método de ensino, nível socioeconômico e estimulação musical.

ESTUDOS BRASILEIROS SOBRE O DESENVOLVIMENTO DA COGNIÇÃO NUMÉRICA

Uma etapa que antecedeu ao desenvolvimento destes estudos foi à cuidadosa adaptação para a língua portuguesa, levando em consideração os aspectos culturais, descritos previamente (SANTOS; PASCHOALINI; MOLINA, 2006). A validade de constructo da Zareki-R já foi demonstrada por meio das correlações do seu escore total com os dois principais instrumentos brasileiros que avaliam a aritmética: Teste de Aritmética ($r=0,73$) do Teste de Desempenho Escolar (TDE; STEIN, 1994); e do subteste Aritmética do WISC-III (WESCHLER, 2002) com subtestes da Zareki-R, por exemplo, contagem ($r=0,59$); cálculo ($r=0,56$) e memória ($r=0,51$); as correlações do subteste Aritmética do WISC-III com o subtestes do Zareki-K foram altas e moderadas, por exemplo, contagem ($r=0,77$);

transcodificação ($r=0,72$) e escore total ($r=0,83$) (SANTOS et al., 2012; SANTOS; SILVA, 2008).

ASPECTOS ÉTICOS

Todos os estudos foram aprovados pelo Comitê de Ética da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, processos nº. 1637/2005, 0311/05, 743/2007, 724/2008.

MATERIAIS

Em cada estudo, outros instrumentos complementaram o protocolo, tipicamente utilizados em avaliações neuropsicológicas pediátricas, os quais não serão apresentados no presente capítulo. Foram utilizados os seguintes instrumentos para avaliação da Cognição Numérica:

A Bateria para Avaliação do Tratamento dos Números e do Cálculo para pré-escolares, Zareki-K (WEINHOLD-ZULAUF; SCHWEITER; VON ASTER, 2003). Estruturalmente esta versão é muito similar ao Zareki-R, contudo possui apenas 9 subtestes e tarefas com menor grau de dificuldade. Esta bateria foi utilizada somente no estudo 1 (para descrição dos subtestes ver MOLINA et al., 2015; SANTOS; PASCHOALINI; MOLINA, 2006).

A Bateria para Avaliação do Tratamento dos Números e do Cálculo na Criança Revisada, ou **Zareki-R** (do alemão *Neuropsychologische Testbatterie für ZAhlenarbeitung und REtchnen bei KIndern*) tem por finalidade avaliar a representação numérica por meio de diversas habilidades matemáticas que se encontram em desenvolvimento durante a infância. Os escores da bateria são indicadores da DD. A bateria avalia tanto processamento numérico quanto cálculo, por meio de 12 subtestes (para descrição dos mesmos, ver Santos et al., 2012). São eles: i) Enumeração de pontos (EP) e ii) Estimativa visual de quantidades (EV); iii) Comparação de números apresentados oralmente (CO); iv) Comparação de números escritos (CE) e v) Estimativa contextual de quantidades (EC); vi) Contagem oral em ordem inversa (CI); vii) Ditado de números (DN) e viii) Leitura de números (LN); ix) Posicionamento de números em escala vertical (PE); x)

Cálculo mental (CM) e xi) Problemas aritméticos apresentados oralmente (PA); xii) Memorização de dígitos (MD), tanto na ordem direta quanto na ordem inversa. O Escore Total é computado pela soma de todos os subtestes, exceto a Memorização de Dígitos. Por convenção em todos os gráficos foram apresentadas as porcentagens de acertos.

ESTUDO 1. CRIANÇAS PRÉ-ESCOLARES DE 5 E 6 ANOS

Iniciação científica de Juliana Molina, Processo FAPESP: 05/00595-8.

Foram avaliadas 42 crianças, de ambos os sexos, idade entre 5 e 6 anos, sendo 19 de regiões rurais e 23 de regiões urbanas, com o nível intelectual normal - Percentil= $54,75 \pm 14,18$ (MATRIZES PROGRESSIVAS COLORIDAS DE RAVEN; ANGELINI et al., 1999); nível socioeconômico médio (38 ± 13), correspondendo à classe C (ALMEIDA; WICKERHAUSER, 1991) por meio da Bateria para Avaliação do Tratamento dos Números e do Cálculo para pré-escolares, Zareki-K (WEINHOLD-ZULAUF; SCHWEITER; VON ASTER, 2003).

Na Figura 3 são apresentados os subtestes da Zareki-K, com a seguinte legenda:

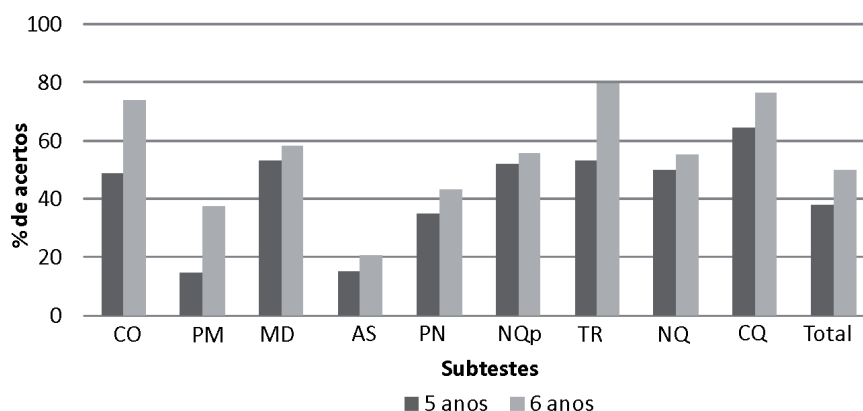


Figura 3: Resultados por idade obtidos em cada subteste da Zareki-K

Fonte: elaboração própria.

CO=Contagem, PM=Problemas Matemáticos, MD=Memorização de Dígitos, AS=Adição/Subtração, PN=Posicionamento de Números em Escala Vertical, NQp=Noção de Quantidade-parte perceptiva, TR=Transcodificação, NQ=Noção de Quantidade, CQ=Comparação de Quantidades. Os demais gráficos se referem aos subtestes da Zareki-R, com a seguinte legenda: EP=Enumeração de Pontos; CI=Contagem Oral em Ordem Inversa; DN=Ditado de Números; CM=Cálculo Mental; LN=Leitura de Números; PE= Posicionamento de números em escala vertical; MD=Memorização de Dígitos; CO=Comparação Oral; EV=Estimativa Visual; EC=Estimativa no Contexto; PA=Problemas Aritméticos; CE=Comparação Escrita.

A análise dos resultados obtidos da Zareki-K não identificou diferenças entre os grupos urbano e rural em nenhum dos subtestes e nem no escore total da bateria, tão pouco, diferenças quanto a gênero. Efeito de idade foi observado nos subtestes: CO ($t=-3,90$, $p=0,0003$), PM ($t=-2,97$, $p=0,004$), TR ($t=-3,29$, $p=0,002$), CQ ($t=-3,28$, $p=0,002100$) e no escore total da Zareki-K ($t=-3,49$; $p=0,001$), sendo que crianças de 6 anos desempenharam de forma melhor que crianças de 5 anos.

ESTUDO 2. CRIANÇAS DE ESCOLAS PÚBLICAS E PRIVADAS DE 6 E 7 ANOS DE IDADE

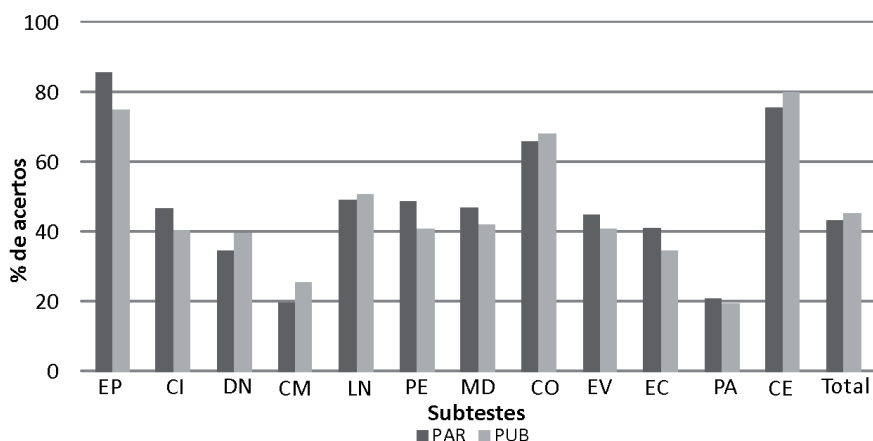
Iniciação Científica de Rosana Satiko Kikuchi, Processo FAPESP: 08/54971-9

Foram selecionadas 40 crianças sendo 24 de escolas públicas e 16 de escolas particulares com níveis socioeconômicos estatisticamente diferentes ($t=3,46$; $p=0,001$) com idade entre 6 anos ($N=21$) e 7 anos ($N=19$). Os grupos diferiram quanto ao nível socioeconômico ($t=3,46$; $p=0,001$), mas não foram encontradas diferenças associadas às escolas públicas e privadas na Zareki-R. As escolas particulares pertenciam a franquias difusas pelo país e que utilizam sistemas de ensino que diferem do método utilizado nas escolas públicas. Na comparação entre idades, as crianças de 7 anos obtiveram escores significativamente maiores do que as crianças de 6 anos na maioria dos subtestes, com exceção de EP, CO, EV, EC e PA. A Figura 4 apresenta os resultados das análises realizadas.

PAR = de escolas particulares; PUB = de escolas públicas (as iniciais dos subtestes são as mesmas nos sucessivos gráficos e foram descritas no método, item materiais).

ESTUDO 3. CRIANÇAS DO ENSINO FUNDAMENTAL DE 7 A 12 ANOS

Iniciação Científica de Bruna Paschoalini, Ana Luiza Dias e Michele Frigério, com os respectivos Processos FAPESP: 05/00593-5, 05/00592-9 e 05/00593-5.



Fonte: Elaboração própria

Figura 4: Resultados por grupo obtidos em cada subteste da Zareki-R

Fonte: elaboração própria.

Foram selecionadas 122 crianças de ambos os sexos e idade entre 7 e 12 anos, sendo 54 de regiões rurais e 68 de regiões urbanas, nível intelectual normal – $QIV = 106,6 \pm 11,70$ (WISC-III; WECHSLER, 2002), com nível socioeconômico classificado como C ou médio [35-58 pontos] (ALMEIDA; WICKERHAUSER, 1991). Os resultados são apresentados na Figura 5.

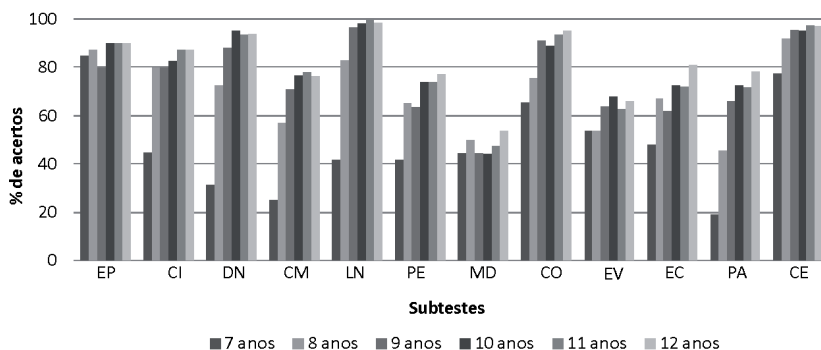


Figura 5: Resultados por idade obtidos em cada subteste da Zareki-R

Fonte: elaboração própria.

As análises utilizando a MANCOVA, grupos rural e urbano como covariável evidenciaram efeito de idade [$R(60,490)=4,32$; $p<0,0001$] para todos os subtestes exceto para EP e EV. As crianças de 7 anos tiveram menores escores do que as crianças de outras idades nos subtestes CI, PE, CO, EC, PA e CE. As crianças de 7 e 8 anos exibiram desempenho inferior às crianças mais velhas nos subtestes DN, CM e LN. (Para mais detalhes, ver Santos e Silva, 2008).

ESTUDO 4. CRIANÇAS COM PREJUÍZOS EM ARITMÉTICA

Iniciação Científica de Paulo Adilson Silva, Processo FAPESP: 05/60375-1.

Foram selecionadas 42 crianças, 22 meninos e 20 meninas, de idade entre 9 e 10 anos, matriculadas em escolas públicas de 4.º e 5.º anos do ensino fundamental. As crianças foram divididas em dois grupos: controle (GC, $N=21$) e com prejuízo em aritmética (GPA, $N=21$), pareadas por sexo e idade. Contudo, as crianças do grupo GPA exibiam transtornos de aprendizagem caracterizados por uma defasagem de dois anos em relação às crianças de mesma idade e série escolar, aferidos pelo Escore Total Bruto do TDE (09 anos, $M=71,20 \pm 22,53$; 10 anos, $M=89,26 \pm 20,38$). Além disso, como critério específico para Transtorno da Matemática foram selecionadas crianças que obtiveram escores classificados como inferior no

Teste de Aritmética do TDE (STEIN, 1994). Os resultados são apresentados na Figura 6.

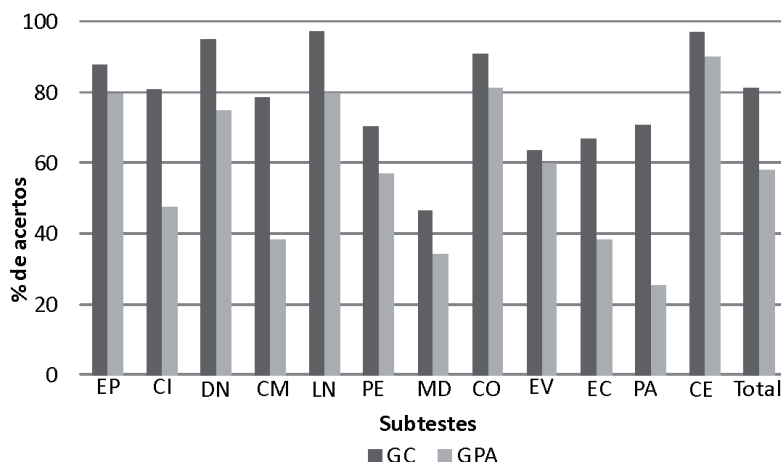


Figura 6: Resultados por grupo obtidos em cada subteste da Zareki-R
GC= grupo controle; GPA = grupo com prejuízos em aritmética

Fonte: elaboração própria.

A análise de variância multivariada (MANOVA) revelou efeito de grupo para todos os subtestes da bateria [$R(12,29)=5,51$; $p<0,0001$], com exceção de EP e EV, nos demais subtestes as crianças GPA apresentaram escores significativamente menores que as crianças GC. No Total da Zareki-R, o teste t de Student encontrou efeito de grupo [$t= 7,10$; $p<0,0001$], no qual as crianças GC apresentaram escores maiores (2 desvios padrão) que as crianças GPA (SILVA; SANTOS, 2009; SILVA; RIBEIRO; SANTOS, 2015).

ESTUDO 5. CRIANÇAS COM TRANSTORNOS DE APRENDIZAGEM

Iniciação Científica de Paulo Adilson Silva, Processo FAPESP: 05/60375-1.

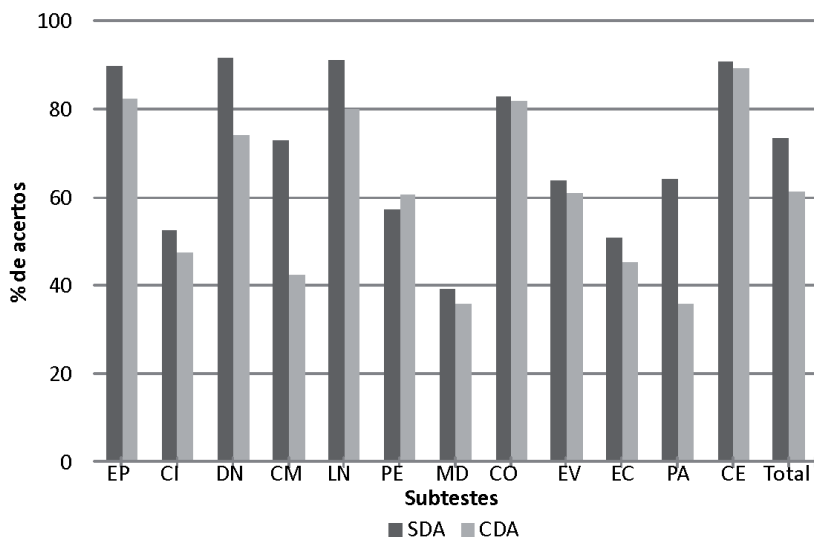


Figura 7: Resultados por grupo obtidos em cada subteste da Zareki-R
SDA= sem dificuldade em aritmética; CDA = com dificuldade em aritmética
Fonte: elaboração própria.

Participaram do estudo 30 crianças de idade entre 9 e 10 anos, de ambos os sexos estudantes de escolas públicas que frequentam salas de reforço em decorrência de acentuada dificuldade de aprendizagem detectada pelos professores e confirmada pelo Teste de Desempenho Escolar (STEIN, 1994). As crianças foram separadas em dois grupos a partir do Teste de Aritmética do TDE ($t=4,09$; $p=0,0003$): sem dificuldade em aritmética (SDA; $N=11$) ($M=18,7$; $DP=3,3$) e com dificuldade em aritmética (CDA; $N=19$), ($M=12,7$; $DP=1,5$). No teste Matrizes Progressivas Coloridas de Raven ($t=2,79$; $p=0,009$), houve maior percentil para crianças SDA ($M=61,7$; $DP=19,2$) do que CDA ($M=45,8$; $DP=12,2$), contudo, ambos pertenciam ao Nível Intelectual Médio. Os resultados são apresentados na Figura 7.

A análise dos resultados através do teste t revelou efeito de grupo para os subtestes Ditado de Números, Cálculo Mental e Problemas Aritméticos. No escore Total da Zareki-R foi observada diferença significativa entre os grupos ($t=3,19$; $p=0,003$), no qual o grupo SDA apresentou

escores mais altos que o grupo CDA (cf. SANTOS; SILVA, 2008; SILVA; SANTOS, 2011; SILVA; RIBEIRO; SANTOS, 2015).

ESTUDO 6. CRIANÇAS ESTIMULADAS POR MUSICALIZAÇÃO.

Iniciação Científica de Fabiana Silva Ribeiro, Processo FAPESP: 08/54970-2.

Foram avaliadas 40 crianças, com idade de 9 a 10 anos, de ambos os sexos, de diferentes níveis socioeconômicos, sem problemas neurológicos e/ou psiquiátricos, que frequentassem as quartas e quintas séries do ensino fundamental e que, simultaneamente fizessem o curso de musicalização na cidade de Ourinhos.

Estas crianças foram divididas em dois grupos: Iniciantes (n=20), recém-inseridas no curso de musicalização – (com conteúdos básicos para discriminar e perceber três dos elementos musicais: duração- o tempo de produção do som, altura do som – grave, médio e agudo e o timbre – qualidade do som, representado por meio de atividades lúdicas) e veteranas (n=20) com um ano de curso de musicalização (estimuladas com conteúdos para discriminar e perceber quatro elementos musicais: intensidade – som mais fraco ou mais forte, com o aperfeiçoamento dos conceitos como duração – o tempo de produção do som, altura do som e o timbre, voltados à escrita e solfejo do que é escutado).

Conforme a Figura 8, o desempenho na Zareki-R demonstrou que tanto iniciantes (escore total: $M=152,57$; $DP=11,28$) quanto veteranas ($M=150,62$; $DP=19,84$) exibiram escores dentro do esperado para suas idades segundo dados normativos brasileiros ($M=148,3$; $DP=17,4$). Em todos os subtestes ambos os grupos obtiveram desempenho conforme o esperado para suas idades, exceto no subteste MD em que os mesmos desempenharam dois desvios-padrão acima da média para a idade (SANTOS et al., 2012; RIBEIRO; SANTOS, 2012).

Posteriormente, a metodologia foi aperfeiçoada para um novo estudo, incluindo avaliações em distintos momentos (pré-treino, durante e pós-treino musical) e duas modalidades distintas de estimulação musical (rítmica *versus* auditiva) para uma amostra de crianças com Discalculia do

Desenvolvimento em comparação a um grupo controle (RIBEIRO, 2013). Por fim, realizou-se um *follow-up* após seis meses da conclusão do treino musical e verificou-se que os ganhos cognitivos foram persistentes (o estudo de seguimento constituiu a iniciação científica de Marina Tonoli, processo FAPESP 13/12071-0). Novos projetos desta linha de investigação estão em desenvolvimento junto ao Programa de Pós-Graduação em Psicologia do Desenvolvimento e Aprendizagem da UNESP, Campus Bauru.

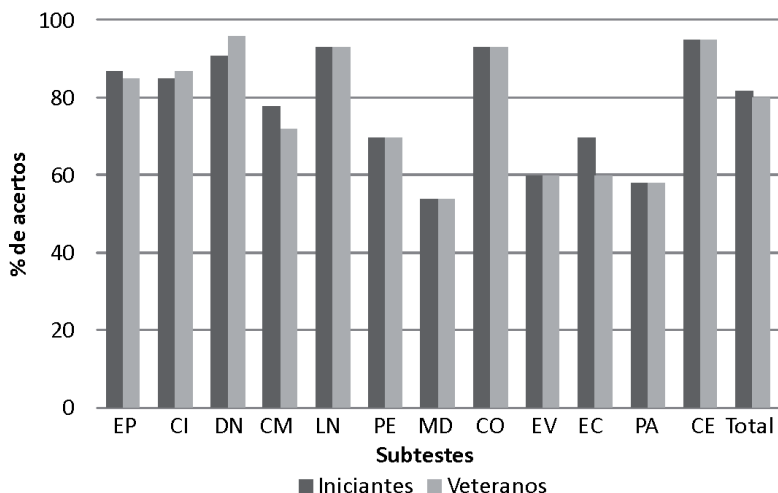


Figura 8: Efeitos do treino musical sobre habilidades matemáticas

Fonte: elaboração própria.

DISCUSSÃO

O presente capítulo apresentou uma revisão da literatura internacional acerca da DD e de seus desdobramentos com o intuito de elucidar o estado da arte a respeito deste transtorno e ainda exibiu as pesquisas realizadas em nosso meio, com as quais foi possível investigar os efeitos de idade, método de ensino, nível socioeconômico e ambiente sobre as habilidades matemáticas.

No estudo 1 foram avaliadas crianças pré-escolares por meio da Zareki-K. Os resultados indicaram que crianças de 5 e 6 anos apresentam diferenças entre si em tarefas de contagem, transcodificação e comparação numérica e problemas matemáticos simples, sugerindo que mesmo nas mo-

dalidades pré-escolares há discrepância no processamento numérico para informações não-verbais, verbais e simbólicas, sendo que as crianças de 6 anos apresentavam mais acertos do que as crianças de 5 anos (McCLOSKEY; CARAMAZZA; BASILI, 1985; GEARY, 2000; SANTOS; PASCHOALINI; MOLINA, 2006; MOLINA et al., 2015). Apesar da Zareki-K avaliar o processamento de habilidades numéricas básicas com estímulos concretos (por exemplo, pontos pretos, dedos e cubos), algumas tarefas da bateria avaliam também o processamento simbólico dos números (dígitos), cuja aquisição depende de escolarização (VON ASTER; SHALEV, 2007), o que poderia em parte, justificar o baixo percentual de acertos no escore total, que não ultrapassou os 50% de acerto para crianças de 5 e 6 anos.

O estudo 2 avaliou crianças de 6 e 7 anos de idade de escolas públicas e privadas por meio da Zareki-R. Nenhuma das crianças desta amostra eram pré-escolares, pois o estudo foi realizado após a implantação do novo sistema de ensino no estado de São Paulo, no qual o Ensino Fundamental passou a ter duração de nove anos, com início aos 6 anos de idade. Portanto, as crianças de 6 anos eram matriculadas no 1.º ano escolar e as crianças de 7 anos eram matriculadas no 2.º Ano que corresponde á antiga 1. série. Neste estudo, as crianças de 7 anos tiveram desempenho superior às crianças de 6 anos, que estavam no início da escolarização formal, principalmente nas tarefas que necessitam do sistema de processamento simbólico verbal e visual-arábico (por exemplo, ditado e leitura de número, cálculo mental, comparação escrita), que segundo o Modelo de Desenvolvimento para a Aquisição de Habilidades Numéricas de Von Aster e Shalev (2007) são mais complexos.

Em relação ao tipo de escola, como observado, não houve diferença entre os resultados de crianças de escola pública e privada no desempenho da Zareki-R, sugerindo que o método de ensino não exerceu influência significativa no início da aprendizagem da matemática, isto é, nos primeiros anos de ensino formal. Um estudo prévio realizado com crianças brasileiras (DELLATOLAS et al., 2000) ressaltou a influência do nível socioeconômico sobre o desempenho. Em nosso estudo as diferenças socioeconômicas encontradas eram pequenas: crianças de escola particular pertenciam à classe B1 e de escola pública à classe B2, que correspondem respectivamente às rendas médias de R\$ 3.479,00 e R\$ 2.013,00; por-

tanto, no presente estudo este fator pouco influenciou o desempenho das crianças. Por outro lado, é importante ressaltar que o estudo é preliminar e que os resultados ora apresentados não podem ser generalizados.

No estudo 3, foram apresentadas comparações entre crianças de 7 a 12 anos na realização da Zareki-R. As principais diferenças em relação às habilidades matemáticas foram observadas entre as crianças de 7 e de 8 anos em comparação àquelas com mais idades, sugerindo que, na cultura brasileira, as crianças a partir dos 9 anos de idade já evidenciam consolidação de algumas habilidades numéricas como leitura e ditado de números, assim como comparação oral e escrita, que são dependentes de processamento simbólico dos números, facilitando atividades dependentes dessas habilidades, como a realização de procedimentos de cálculos aritméticos de várias etapas ou manipulação de número de grandes magnitudes (GEARY, 2000; McCLOSKEY; CARAMAZZA; BASILI, 1985; VON ASTER; SHALEV, 2007).

A partir da porcentagem dos grupos nos subtestes específicos pode-se demonstrar o Modelo de Aquisição de Habilidades Numéricas (VON ASTER; SHALEV, 2007): EP – as crianças de 7 anos obtiveram pontuação acima de 80% porque esta tarefa se enquadra ao passo 1, pois se utiliza do sistema cardinal e envolve quantidades concretas; CI – as crianças de 8 a 12 anos obtiveram pontuação dentro dos 80%, por ser uma atividade relacionada ao passo 2 que envolve estratégias de contagem, portanto as crianças de 7 anos ainda não desenvolveram esta habilidade; DN – as crianças de 10 a 12 anos apresentaram acertos acima de 90%, esta tarefa se enquadra no passo 3, pois envolve o domínio do sistema arábico de números; CM – as crianças de 9 a 12 anos obtiveram acertos acima de 70%, subteste este que pode ser apontado como uma tarefa do passo 4, devido a utilização do pensamento aritmético para sua realização; LN – as crianças de 9 a 12 anos pontuaram acima de 90%, pois é uma tarefa relacionada ao passo 3; PE – as crianças de 10 a 12 anos acertaram 70%, tarefa relacionada ao passo 4; CO – crianças de 9, 11 e 12 acertaram acima de 90%, habilidade relacionada ao passo 2; EV – as crianças acima de 9 anos exibiram pontuação superior aos 70%, habilidade relacionada ao passo 1; EC- crianças de 8 a 12 anos pontuaram acima de 60 %, atividade relacionada ao passo 2; PA – as crianças de 12 anos obtiveram pontuações acima de 70%, atividade enquadrada no passo 4; CE – as crianças de 8 a 12 anos

pontuaram acima de 90% e as crianças de 7 acima de 70%, habilidade relacionada ao passo 1.

Estes resultados são consistentes com a ideia de que a aprendizagem da matemática não segue os estágios propostos por Piaget (1952). A teoria Piagetiana defende que as crianças não possuiriam nenhuma representação estável e que o conhecimento da aritmética emergiria lentamente como uma construção lógica. Conforme revisão de Dehaene (2009), estudos da década de 1970 demonstraram que crianças pré-escolares possuíam intuições aritméticas (senso numérico), isto é, capacidade para detectar mudanças inesperadas em uma numerosidade pequena ou alterações na contagem regular. Os estudos de Wynn (1992) confirmaram o caráter inato de habilidades numéricas como estimativa e subitização em bebês, e atualmente, um grande conjunto de estudos comportamentais usando os paradigmas de habituação e alteração de expectativa tem revelado uma sensibilidade clara para números grandes em bebês de 4 à 6 meses de idade (DEHAENE, 2009).

Os estudos 1, 2 e 3 em conjunto, demonstraram em geral, que o desenvolvimento das habilidades matemáticas está associado à idade e à escolaridade, porém não de forma linear, mas de maneira que as habilidades específicas se desenvolvem respeitando os passos do Modelo de Desenvolvimento para a Aquisição de Habilidades Numéricas, tendo um início inato ganhando complexidade a partir do ensino formal. Por exemplo, observou-se que tarefas com estímulos concretos, como contagem de pontos e estimativa visual, são processados com facilidade mesmo em crianças mais novas como as de 5 anos; e que crianças acima desta idade até os 12 anos não apresentam diferença estatística nestas tarefas. Estes resultados vão ao encontro com os modelos de representação numérica que propõem que há uma tendência inata para processar os números (senso numérico) e que um sistema central primário seria responsável por este processamento (DEHAENE, 1997; DEHAENE; COHEN, 2000; VON ASTER; SHALEV, 2007; GEARY, 2000).

Por outro lado, em conformidade com outros estudos (DELLATOLAS et al., 2000; KOUMOULA et al., 2004), algumas tarefas foram mais sensíveis para diferenciar crianças de diferentes idades e níveis escolares, como as tarefas de contagem oral em ordem inversa, ditado e leitura de números, comparação escrita, posicionamento de número em

escalas verticais, cálculo mental e problemas aritméticos, nas quais o desempenho das crianças progrediu em função do ensino formal. Como podemos observar, são tarefas que abrangem tanto o processamento das magnitudes numéricas quanto o cálculo propriamente dito (McCLOSKEY; CARAMAZZA; BASILI, 1985; GEARY; FRESCH; WILEY, 1993; GEARY, 2000; VON ASTER; SHALEV, 2007; LANDERL; KÖLLE, 2009; WEINHOLD-ZULAUF; SCHWEITER; VON ASTER, 2003).

Foi possível demonstrar nos estudos 4 e 5 a aplicabilidade clínica da bateria Zareki-R como instrumento sensível para a identificação de transtornos de aprendizagem associados às habilidades matemáticas em crianças brasileiras, assim como em estudos internacionais (BZUFKA; HEIN; NEUMARKER, 2000; DELLATOLAS et al., 2000; ROTZER et al., 2009). Como podemos observar no estudo 4, as crianças com transtorno de aprendizagem que apresentavam problemas com a aritmética exibiram prejuízo em quase todos os aspectos das representações numéricas, com exceção de enumeração de pontos e estimativa visual, que conforme descrito acima são processados por um sistema numérico central primário e básico (VON ASTER; SHALEV, 2007). Para todas as outras tarefas da bateria, os escores das crianças do grupo GPA foram inferiores estatisticamente, mas os prejuízos foram acentuadamente maiores nas duas tarefas de cálculo, além disso, o escore Total da Zareki-R esteve 2 desvios-padrão abaixo dos controles (SILVA; SANTOS, 2009; SILVA; RIBEIRO; SANTOS, 2015), que é um dos critérios para o diagnóstico de DD (APA, 2013). Esses resultados em conjunto são de extrema importância para a elaboração de um programa de reabilitação neuropsicológica, pois, neste caso, a intervenção poderá ser focada apenas nos aspectos mais complexos da representação numérica (por exemplo, representações simbólicas verbais e visuais ou de magnitudes ordinais), visto que os sistemas básicos estão preservados (VON ASTER; SHALEV, 2007).

O estudo 5 apresentou as diferenças entre crianças com problemas de aprendizagem e foi possível observar que quando comparadas às crianças com outros problemas de aprendizagem, as crianças com dificuldades específicas em aritmética apresentaram prejuízos apenas em ditado de números e, principalmente em cálculo aritmético. Estas dificuldades são

as mais significativamente associadas à DD e sua persistência (ROTZER et al., 2009; SHALEV; MANOR; GROSS-TSUR, 2005).

No estudo 6, que avaliou crianças estimuladas por musicalização, o escore total da Zareki-R tanto de iniciantes quanto de veteranas foi equivalente aos dados normativos brasileiros para crianças de mesma idade. Em todos os subtestes ambos os grupos obtiveram desempenho esperado para suas idades exceto na Memorização de Dígitos em que ambos os grupos desempenharam dois desvios-padrão acima da média para a idade (SANTOS et al., 2012; SANTOS; SILVA, 2008; SILVA; SANTOS, 2009). Infere-se que crianças com treino musical possuem maior aproveitamento de sua capacidade mnemônica o que pode contribuir para o desenvolvimento das habilidades matemáticas (GATHERCOLE; ALLOWAY, 2004; GEARY, 2000; DUFF; LOGIE, 2001; ALLOWAY et al., 2004; GATHERCOLE et al., 2006) e que o treino musical pode ser utilizado como uma alternativa na reabilitação das habilidades matemáticas. De acordo com Schellenberg (2005), quanto maior e duradouro o tempo de treino musical, independente da condição socioeconômica da família, mais duradouras serão as diferenças entre os grupos de crianças em treino musical e sem treino. É importante ressaltar, ainda que este tenha sido o primeiro estudo brasileiro utilizando a Zareki-R para investigação dos efeitos do treino musical sob habilidades matemáticas de crianças de 9 e 10 anos.

Com relação ao fator ambiental, tanto no estudo 1 (crianças de 5 e 6) quanto no estudo 3 (crianças de 7 a 12 anos) as amostras foram balanceadas quanto a procedência, rurais e urbanos. Entre as crianças avaliadas pelo Zareki-K não foram observadas diferenças no desempenho, sugerindo que o teste seja menos influenciado por fatores culturais. No que concerne ao Zareki-R, crianças rurais tiveram pontuações mais baixas do que as crianças urbanas apenas em duas tarefas (MD e CE), demonstrando o cálculo preservado, enquanto que no estudo de Koumoula et al. (2004) as crianças rurais obtiveram baixas pontuações em sete subtestes da Zareki-R (explicitado), incluindo a CE, mas não MD. Em estudos anteriores foi sugerido que um baixo nível socioeconômico e de ambiente educacional poderiam determinar tais diferenças (DELLATOLAS et al., 2000; KOUMOULA et al., 2004). No presente estudo, o status socioeconômico foi avaliado objetivamente e a análise estatística indicou que crianças rurais

de fato tiveram pontuações mais baixas na escala socioeconômica do que as crianças urbanas. Apesar disso, o grupo rural mostrou uma pontuação levemente abaixo do esperado para idade, restrita a um aspecto do processamento numérico, mesmo assim, a magnitude de efeito demonstrou que esta diferença foi de pequena magnitude. Isto significa que, apesar dessa discrepância socioeconômica, ambos os grupos realizaram a Zareki-R de forma similar. Uma vez que todas as crianças da zona rural estudavam na mesma escola que as crianças urbanas, portanto, sob a mesma estimulação educacional, observou-se que o método pedagógico pode ser mais determinante no desempenho aritmético do que o status socioeconômico (SANTOS et al., 2012).

CONCLUSÃO

Os estudos brasileiros realizados com a Zareki-K e R puderam identificar aspectos como: i) diferenças no desempenho associadas à idade em que crianças com mais idade apresentaram melhores escores, confirmando a hipótese de que haja um progressivo desenvolvimento destas habilidades, ii) desempenho similar entre crianças de escolas públicas e particulares, com a ressalva de que a diferença socioeconômica foi considerada mínima e que as escolas públicas eram localizadas no centro da cidade, iii) prejuízos em sistemas numéricos de processamento simbólico verbais e visuais e de cálculo, sem prejuízos em processamento básico; e iv) desempenho dentro do esperado no escore total em crianças normais e com iniciação musical tanto do grupo de iniciantes quanto do grupo de experientes, contudo desempenho superior em um dos subtestes (Memorização de dígitos).

AGRADECIMENTOS

Às crianças, familiares e instituições de ensino que participaram destes estudos. Aos pesquisadores e colaboradores Dr. Georges Dellatolas e Professor Michael Von Aster. À FAPESP pelo subsídio aos autores e ao Acordo de Cooperação Internacional processo n.º 04/11.067-0 sem o qual o conjunto destes estudos não poderia ter sido realizado.

REFERÊNCIAS

- ALARCON, M. et al. A twin study of mathematics disability. *Journal of Learning Disabilities*, n. 30, p. 17-623, 1997.
- ALLOWAY, T. P. Working memory, reading, and mathematical skills in children with developmental coordination disorder. *Journal of Experimental Child Psychology*, n. 96, p. 20-36, 2006.
- ALLOWAY, T. P. et al. A structural analysis of working memory and related cognitive skills in young children. *Journal of experimental child psychology*, v. 87, n. 2, p. 85-106, 2004.
- ALMEIDA, P. M.; WICKERHAUSER, H. *O critério ABA/ABIPEME: em busca de uma atualização. Um estudo e uma proposta submetidos à ABA e à ABIPEME*. São Paulo: ABA/ABIPEME, 1991. p. 23. (Documento de circulação restrita da ABA e da ABIPEME)
- American Psychiatric Association (APA). DSM-5. *Diagnostic and statistical manual of mental disorders*. Washington, DC: American Psychiatric Press, 2013.
- ANGELINI, A. L. et al. Matrizes progressivas coloridas de Raven. São Paulo: Centro Editor de Testes e Pesquisas em Psicologia, 1999.
- ANVARI, S. H. et al. Relations among musical skills, phonological processing, and early reading ability in preschool children. *Journal of Experimental Child Psychology*. n. 83, p. 111-120, 2002.
- ASHKENAZI, S.; MARK-ZIGDON, N.; HENIK, A. Numerical distance effect in developmental dyscalculia. *Cognitive Development*, v. 24, n. 4, p. 387-400, 2009.
- BADDELEY, A. D.; HITCH, G. J. Working memory. In: BOWER, G. A. *Recent advances in learning and motivation*. New York: Academic Press, 1974. p. 47-90.
- BADIAN, N. A.; GHUBLIKIAN, M. The personal-social characteristics of children with poor mathematical computation skills. *Journal Learning Disabilities*, n. 16, p. 145-157, 1983.
- BARTH, H. et al. Non-symbolic arithmetic in adults and young children. *Cognition*, New York, n. 98, p. 199-222, 2006.
- BUTTERWORTH, B. *The mathematical brain*. London: MacMillan, 1999.
- _____. The development of arithmetical abilities. *Child Psychol Psychiatry*, New York, n. 46, p. 3-18, 2005.

- BZUFKA, M. W.; HEIN, J.; NEUMÄRKER, K. J. Neuropsychological differentiation of subnormal arithmetic abilities in children. *European child & adolescent psychiatry*, v. 9, n. 2, p. S65-S76, 2000.
- DEHAENE, S. *The number sense*. Oxford, UK: Oxford University Press, 1997.
- _____. Varieties of numerical abilities. *Cognition*, New York, v. 44, p. 1-42, 1992.
- DEHAENE, S.; COHEN, L. Un modèle arithmétique e fonctionnel de l'arithmétique mental. In: PESENTI, M., SERON, X. *Neuropsychologie des troubles du cálculo e du traitement des números*. Marseille, Solal, p. 191-232, 2000.
- DEHAENE, S. et al. Log or Linear? distinct Intuitions of the number scale in western and amazonian indigene cultures, *Science*, v. 320 (5880), p. 1217-1220, 2008.
- _____. Origins of mathematical intuitions: the year in cognitive. *Neuroscience: Annals of the New York Academy Science*, p. 232-259, 2009.
- _____. Précis of the number sense. *Mind & Language*, v. 16, p. 16-36, 2001.
- DELLATOLAS, G. et al. Number processing and mental calculation in school children aged 7 to 10 years: transcultural comparison. *European Child & Adolescent Psychiatry*, v. 9, p. 102-110, 2000.
- DUFF, S. C.; LOGIE, R. H. Processing and storage in working memory span. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, v. 54, p. 31-48, 2001.
- GATHERCOLE, S. E.; ALLOWAY, T. P. Working memory and classroom learning. *Professional Association for Teachers of Students with Specific Learning Difficulties*, v. 17, p. 2-12, 2004.
- GATHERCOLE, S. E. et al. Working memory in children with reading disabilities. *Journal of Experimental Child Psychology*, v. 93, p. 265-281, 2006.
- GEARY, D. C.; WILEY, J. G. Cognitive addition: strategy choice and speed-of-processing differences in young and elderly adults. *Psychology and Aging*, v. 6, p. 474-83, 1991.
- GEARY, D. C.; FRENSCH, P. A.; WILEY, J. G. Simple and complex mental subtraction: strategy choice and speed-of-processing differences in younger and older adults. *Psychology and Aging*, v. 8, p. 242-256, 1993.
- GEARY, D. C. *Children's mathematical development: research and practical applications*. Washington, DC: American Psychological Associations, 1994.

- _____. From infancy to adulthood: the development of arithmetical abilities. *European Child and Adolescent Psychiatry*, v. 9, p. 11-16, 2000.
- GROSS-TSUR, V.; MANOR, O.; SHALEV, R. S. Developmental dyscalculia: prevalence and demographic features. *Developmental Medicine and Child Neurology*, v. 38, p. 25-33, 1996.
- GUIISO, L. et al. Culture, gender, and math. *Education Forum*, v. 320, p. 1164-1165, 2008.
- HAASE, V. G.; SANTOS, F. H. Transtornos específicos de aprendizagem: dislexia e discalculia. In: FUENTES, D.; MALLOY-DINIZ, L. F.; CAMARGO, C. H. P.; COSENZA, R. M. *Neuropsicologia: teoria e prática*. Porto Alegre: ARTMED, p. 139-153, 2014.
- HASKELL, S. H. The determinants of arithmetic skills in young children: some observations. *European Child and Adolescent Psychiatry*, v. 9, p. 77-86, 2000.
- HÉCAEN, H. et al. Les variétés cliniques des acalculies au cours des lésions retrorolandiques approche statistique du problème. *Archives of Neurology*, v. 105, p. 85-103, 1961.
- HEILMAN, K. M.; VALESTEIN, E. Clinical neuropsychology. 4. ed. US: Oxford University Press, 2003.
- HEIN, J.; BZUFKA, M. W.; NEUMARKER, K. J. The specific disorder of arithmetical skills. Prevalence study in a rural and an urban population sample and their clinico-neuropsychological validation. *European Child and Adolescent Psychiatry*, v. 9, p. 87-101, 2000.
- HITCH, G. J.; McAULEY, E. Working memory in children with specific arithmetical difficulties. *British Journal of Psychology*, v. 82, p. 375-386, 1991.
- ILARI, B. Research on music, the brain and cognitive development: addressing some common questions of music educators. *Music Education International*, v. 2, p. 85-97, 2005.
- KAUFMANN, L. Dyscalculia: neuroscience and education. *Educational Research*, v. 50, p. 163-175, 2008.
- KOUMOULA, A. et al. An epidemiological study of number processing and mental calculation in greek schoolchildren. *Journal of Learning Disabilities*, v. 37, p. 377-388, 2004.
- KRINZINGER, H. et al. Gender differences in the development of numerical skills in four european countries. *International Journal of Gender, Science and Technology*, v. 4, p. 62-77, 2012.

- LAMMINMAKI, T. et al. Two-year group treatment for children with learning difficulties: assessing effects of treatment duration and pretreatment characteristics. *Journal of Learning Disabilities*, v. 30, p. 354-364, 1997.
- LANDERL, K.; BEVAN, A.; BUTTERWORTH, B. Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: study of 8-9-year-old students. *Cognition*, v. 93, p. 99-125, 2004.
- LANDERL, K. et al. Dyslexia and dyscalculia: two learning disorders with different cognitive profiles. *Journal of Experimental Child Psychology*, v. 103, p. 309-324, 2009.
- LANDERL, K.; KÖLLE, C. Typical and atypical development of basic numerical skills in elementary school. *Journal of Experimental Child Psychology*, v. 103, p. 546-565, 2009.
- LEWIS, C; HITCH, G. J.; WALKER, P. The prevalence of specific arithmetic difficulties and specific reading difficulties in 9-to 10-year-old boys and girls. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, v. 35, n. 2, p. 283-292, 1994.
- LIEBERT, R. M.; MORRIS, L. W. Cognitive and emotional components of test anxiety. *Psychological Reports*, v. 29, p. 975-978, 1967.
- MAYER, E. et al. A pure case of Gerstmann syndrome with a subangular lesion. *Brain*, v. 122, p. 1107-1120, doi:<10.1093/brain/122.6.1107>, 1999.
- McCLOSKEY, M.; CARAMAZZA, A.; BASILI, A. Cognitive mechanisms in number processing and calculation: evidence from. *Brain and Cognition*, v. 4, p. 171-196, 1985.
- MORENO, M. J. et al. Síndrome de Gerstmann. *Revista Española de Neurologia*, v. 6, p. 505-507, 1991.
- MOLINA, J. et al. Cognição Numérica de crianças pré-escolares brasileiras pela ZAREKI-K. *Temas em Psicologia*, v. 23, p. 123-135, 2015.
- MUSACCHIA, G. et al. Musicians have enhanced subcortical auditory and audiovisual processing of speech and music. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, v. 104, p. 15894-15898, 2007.
- NAVEH-BENJAMIN, M.; AYRES, T. J. Digit span, reading rate, and linguistic relativity. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, v. 38A, p. 739-751, 1986.
- NEVES, E. R. C.; BORUCHOVITCH, E. A Motivação de Alunos no Contexto da Progressão Continuada. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, v. 20, p. 77-85, 2004.

ORGANIZAÇÃO MUNDIAL DA SAÚDE (OMS). *Classificação de transtornos mentais e de comportamento da CID-10: descrições clínicas e diretrizes diagnósticas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1993.

PIAGET, J. *The Child's Conception of Number*. New York: Norton, 1952.

RAMAA, S.; GOWRAMMA, I. A systematic procedure for identifying and classifying children with dyscalculia among primary school children in India. *Dyslexia*, v. 8, n. 2, p. 67-85, 2002.

RÄSÄNEN, P. et al. Computer-assisted intervention for children with low numeracy skills. *Cognitive Development*, v. 24, p. 450-472, 2009.

RIBEIRO, F. S.; SANTOS, F. H. Treino musical e capacidade da memória operacional em crianças iniciantes, veteranas e sem conhecimentos musicais. *Psicologia: Reflexão e Crítica*, v. 25, p. 559-567, 2012.

RIBEIRO, F. S. *O efeito do treino musical sobre a capacidade da memória operacional e das habilidades matemáticas de crianças com discalculia do desenvolvimento*. Dissertação (Mestrado em Psicologia do Desenvolvimento e Aprendizagem) – Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2013.

ROUSSELLE, L.; NÖEL, M. P. Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs. non-symbolic number magnitude processing. *Cognition*, v. 102, p. 361-395, 2007.

ROTZER, S. et al. Optimized voxel based morphometry in children with developmental dyscalculia. *Neuro Image*, v. 39, p. 417-422, 2008.

ROTZER, S. et al. Dysfunctional neural network of spatial working memory contributes to developmental dyscalculia. *Neuropsychologia*, v. 47, p. 2859-2865, 2009.

ROURKE, B. P.; CONWAY, J. A. Disabilities of arithmetic and mathematical reasoning: perspectives from neurology and neuropsychology. *Journal of Learning Disabilities*, v. 30, p. 4-46, 1997.

RUBINSTEN, O.; HENIK, A. Developmental dyscalculia: heterogeneity might not mean different mechanisms. *Trends in cognitive sciences*, v. 13, p. 92-99, 2009.

SANTOS, F. H.; PASCHOALINI, B.; MOLINA, J. Novos instrumentos para avaliação de habilidades matemáticas em crianças. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE TECNOLOGIA E (RE)HABILITAÇÃO COGNITIVA, 5., 2006, São Paulo.

SANTOS, F. H.; SILVA, P. A. Avaliação da discalculia do desenvolvimento: uma questão sobre o processamento numérico e o cálculo. In: CONGRESSO

MULTIDISCIPLINAR DE TRANSTORNOS DE APRENDIZAGEM E REABILITAÇÃO, 1, 2008, São Paulo.

SANTOS, F. H.; KIKUCHI, R. S.; RIBEIRO, F. S. *Atualidade em discalculia do desenvolvimento: atualização em transtornos de aprendizagem*. São Paulo: Artes Médicas, 2009.

SANTOS, F. H. et al. Number processing and calculation in Brazilian children aged 7-12 years. *Spanish Journal of Psychology*, v. 15, p. 513-525, 2012.

SANTOS, F. H. et al. Development of numerical cognition among Brazilian school-aged children. *Jornal internacional de estudos em educação matemática*, v. 5, p. 44-64, 2012.

SCHELLENBERG, E. G. Music and cognitive abilities. *Current Directions in Psychological Science*, v. 14, p. 317-320, 2005.

SCHMITHORST, V. J.; HOLLAND, S. K. The effect of musical training on the neural correlates of math processing: a functional magnetic resonance imaging study in humans. *Neuroscience Letters*, v. 354, p. 193-196, 2004.

SHALEV, R. S. Prevalence of developmental dyscalculia. 2007.

SHALEV, R. S.; MANOR, O.; GROSS-TSUR, V. Neuropsychological aspects of developmental dyscalculia. *Math Cogn*, p. 105-120, 1997.

SHALEV, R. S. et al. Persistence of developmental dyscalculia; what counts? Results from a three year prospective follow-up study. *J Pediatr*, 133, p. 358-362, 1998.

SHALEV, R. S. Developmental dyscalculia. *J Child Neuro*, v. 19, p. 65-771, 2004.

SHALEV, R. S.; MANOR, O.; GROSS-TSUR, V. Developmental dyscalculia: a prospective six-year follow-up. *Developmental Medicine & Child Neurology*, v. 47, p. 121-125, 2005.

SHINSKEY, J. L. et al. Preschoolers' nonsymbolic arithmetic with large sets: is addition more accurate than subtraction? *Journal of Experimental Child Psychology*, v. 103, p. 409-420, doi: <10.1016/j.jecp.2009.01.012>, 2009.

SILVA, P.A.; RIBEIRO, F.S.; SANTOS, F. H. Cognição Numérica em crianças com Transtornos Específicos de Aprendizagem. *Temas em Psicologia*, v. 23, p. 197-210, 2015.

SILVA, P. A.; SANTOS, F. H. Prejuízos específicos em habilidades matemáticas de crianças com transtornos de aprendizagem. In: MONTIEL, J. M.; CAPOVILLA, F. C. (Org.), *Atualização em transtornos de aprendizagem*. São Paulo: Artes Médicas, 2009.

SILVA, P. A.; SANTOS, F. H. Discalculia do Desenvolvimento: avaliação da Representação Numérica pela ZAREKI-R. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 27, p. 169-177, 2011.

STEIN, L. M. *TDE - Teste de desempenho escolar*. São Paulo: Casa do psicólogo, 1994.

URHAHNE, D. et al. Academic self-concept, learning motivation, and test anxiety of the underestimated student. *British Journal of Educational Psychology*, v. 81, p. 161-177, 2011

VILETTE, B.; MAWART, C.; RUSINEK, S. L'outil "estimateur": la ligne numérique mentale et les habiletés arithmétiques. *Pratiques Psychologiques*, v.16, p.203-214. 2010.

VON ASTER, M.; SHALEV, R. S. Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine & Child Neurology*, v. 49, p. 868-873, 2007.

VON ASTER, M. Developmental cognitive neuropsychology of number processing and calculation: varieties of developmental dyscalculia. *European Child and Adolescent Psychiatry*, v. 9, p. 41-57, 2000.

WAN, C. Y.; SCHLAUG, G. Music making as a tool for promoting brain plasticity across the life span. *The Neuroscientist*, v. 16, p. 566-577, 2010.

WEINHOLD-ZULAUF, M.; SCHWEITER, M.; VON ASTER, M. Das kindergartentalter: sensitive periode für die entwicklung numerischer fertigkeiten. *Kindheit und Entwicklung*, v. 12, p. 222-230, 2003.

WILSON, A.; DEHAENE, S. Number sense and developmental dyscalculia. Human behavior, learning, and the developing brain: atypical development (ed.) COCH, D.; DAWSON, G.; FISHER. New York: Guilford Press, 2007.

WYNN, K. Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358, p. 749-750, 1992.

WECHSLER, D. *WISC-III: Escala de Inteligência Wechsler para Crianças: manual*. 3. ed., São Paulo: Casa do Psicólogo, 2002.

CAPÍTULO 4

VISÕES CONFLITANTES SOBRE A MATEMÁTICA: POSSÍVEL CONCILIAÇÃO À LUZ DA PESQUISA EMPÍRICA

Paulo Estevão Andrade

Paulo Sérgio Teixeira do Prado

O conhecimento das coisas matemáticas é quase inato em nós... Esta é a mais fácil das ciências, um fato óbvio em que nenhum cérebro o rejeita; pois leigos e pessoas totalmente iletradas sabem como contar e calcular. Roger Bacon (1219–1294)

A matemática pode ser definida como o assunto no qual nunca sabemos do que estamos falando, nem se o que estamos dizendo é verdade. Bertrand Russell (1872–1970)

INTRODUÇÃO

Ao citar os dois autores na epígrafe acima, Feigenson, Dehaene e Spelke (2004) se perguntam como é possível ver a matemática sob perspectivas tão distintas e conflitantes, as quais, porém, retratam uma realidade que todos conhecemos: a demonstração tão precoce e espontânea de habilidades numéricas pelas crianças, juntamente com o fato de a maioria dos escolares e adultos achar a matemática extremamente difícil.

Há algum tempo se estuda como as crianças desenvolvem os conceitos, a linguagem, aprendem aritmética e os processos de desenvolvimento do pensamento. Os primeiros meses de vida dos bebês é uma época fascinante. Por volta dos seis meses eles começam a manipular mais firmemente os objetos e a brincar com eles. E entre 10 e 12 meses dão demonstrações de que já entendem algumas palavras. Então nosso encantamento pelas suas habilidades sociais, memória e inteligência tornam-se ainda maiores. É comum observarmos orgulhosos como são “vivos” e espertos. Mas como eles aprendem tão rapidamente todas essas habilidades? É inegável que o processo envolve grande dose de aprendizado. Mas, seria esse fator exclusivo, ou as crianças já nascem com alguns circuitos cerebrais especiais e uma motivação também especial? Estaríamos alguns de nós superestimando suas capacidades, ou os bebês já são capazes de pensar mesmo antes de terem aprendido a falar? São eles realmente seres inteligentes como imaginamos? E qual o papel da linguagem no desenvolvimento da inteligência humana? Isto é, a linguagem é uma ferramenta do pensamento ou é ela própria a origem e a base do pensamento? A busca por respostas a essas questões é fundamental para compreendermos claramente como se desenvolve o conceito de número, o que é o comportamento numérico e, enfim, a matemática. Ela tem se dado sobre diferentes bases epistemológicas, gerando resultados distintos, razão pela qual optamos por expor umas e outros e suas relações, de modo a fornecer o contexto de ideias atuais sobre o conhecimento matemático.

LOGICISMO, INTUICIONISMO E FORMALISMO

Grosso modo, há duas correntes epistemológicas subjacentes à ciência de um modo geral e, de modo mais específico, à psicologia, por um lado e, por outro, à matemática. Por séculos os estudiosos têm debatido sobre se o conhecimento é inato ou adquirido. O empirismo, escola filosófica iniciada pelo inglês John Locke (1632-1704), propõe que todo o conhecimento humano é adquirido por meio da experiência. A mente humana é uma espécie de *tábula rasa*, uma folha em branco sobre a qual as experiências vão sendo impressas pouco a pouco, formando o conhecimento. Uma alternativa ao empirismo é o inatismo (ou nativismo), noção segundo a qual pelo menos alguns aspectos do conhecimento são inatos.

Trata-se de uma ideia antiga, que remonta ao filósofo grego Platão, desde 400 anos antes de Cristo (STANFORD, 2005) e reelaborada por René Descartes (1596-1650), influente filósofo e matemático francês, que defendia que o raciocínio é uma faculdade unicamente humana, uma capacidade inata ao homem (DESCARTES, 1986). O alemão Immanuel Kant (1724-1804), outro influente filósofo, também defendia um nativismo, segundo o qual algumas categorias mentais preexistentes, como noções intuitivas de tempo e espaço, filtram as informações sensoriais na construção do conhecimento.

O empirismo e o inatismo se fazem presentes nas diferentes formas de se pensar a matemática. Ao reportar as principais correntes de pensamento dessa ciência, Nogueira (2006) observa que durante boa parte do Século XIX a geometria euclidiana foi considerada a base do conhecimento, mas a descoberta das geometrias não-euclidianas abalou não só os alicerces da matemática, mas de todo o conhecimento. Desde então os matemáticos passaram a buscar na aritmética uma “nova base sólida” para explicar o conhecimento matemático. Dentre as diversas correntes surgidas, três se destacaram: o logicismo, o intuicionismo e o formalismo que, segundo Nogueira (2006), continuam até hoje a dividir os matemáticos quanto aos fundamentos de sua disciplina.

O *logicismo*, do matemático alemão Friedrich Ludwig Gottlob Frege (1848-1925), definia toda expressão aritmética em termos lógicos, eliminando qualquer recurso à intuição e à linguagem comum, tese que o filósofo e matemático britânico Bertrand Russell (1872-1970) retomou, procurando demonstrar “que a matemática pura (incluída aí a geometria) poderia ser inteiramente deduzida da lógica.” (NOGUEIRA, 2006, p. 137). Conforme Nogueira (2006), na visão de Frege, Russel e outros logicistas, o número seria definido em termos de classes e de relações seriais. Dada uma coleção, o aspecto cardinal seria estabelecido por aquilo que os elementos têm em comum entre si, permitindo que sejam agrupados em classes. Quanto ao aspecto ordinal, este seria estabelecido pelas relações assimétricas entre os elementos da coleção, isto é, por aquilo que eles têm de diferente e que possibilita que sejam seriados, por exemplo: do menor ao maior (NOGUEIRA, 2006, p. 141). O número, pois, seria definido como uma “classe de classes”: uma classe abstrata em que o número 1 é a classe

de todos os conjuntos unitários, o 2 a classe de todos os pares possíveis, o número 3 é a classe de todos os trios, etc.

O *intuicionismo* matemático foi profundamente influenciado pelas categorias mentais *a priori* ou inatas do pensamento de Kant, de modo que o tempo seria a fundamentação da intuição de número e, consequentemente, de toda a aritmética; e o espaço alicerçaria a geometria (NOGUEIRA, 2006, p. 128). As ideias de Kant constituíram a base do intuicionismo do matemático, físico e filósofo francês, Jules Henri Poincaré (1854-1912), o maior crítico do reducionismo lógico. Ele reivindicava que “para fazer aritmética, assim como para fazer geometria, é preciso algo mais que a lógica pura”, sendo a intuição este “algo mais” (POINCARÉ, 1995, p. 18, apud NOGUEIRA, 2006, p. 143). Para Poincaré, o verdadeiro raciocínio matemático se originaria da intuição de número, a única intuição passível de certeza (NOGUEIRA, 2006). Poincaré apontava a existência de um círculo vicioso no logicismo, “porque o número já estaria presente ao se estabelecer a correspondência biunívoca entre os objetos singulares”, pois o simples fato de dizermos: “*um* homem” isto já implica na individuação de um objeto e uma classe singular em que está implícito o número 1 (NOGUEIRA, 2006, p. 141). Em suma, a intuição do número puro para Poincaré não é a de um número específico e sim de um número qualquer, isto é, a “faculdade de conceber que uma unidade pode agregar-se a um conjunto de unidades” (POINCARÉ, 1943, p. 37, apud NOGUEIRA, 2006, p. 143).

Finalmente, temos o *formalismo*, baseado nos estudos do matemático alemão David Hilbert (1862-1943). Embora valorizasse a lógica, o formalismo de Hilbert sustentava que a base da matemática não está na lógica, mas sim no estudo dos sistemas simbólicos formais, ou seja, a matemática se resumiria em “uma coleção de desenvolvimentos abstratos em que os termos são meros símbolos e as afirmações são apenas fórmulas envolvendo esses símbolos” (NOGUEIRA, 2006, p. 137). Nogueira (2006, p. 140) comenta que o formalismo teve curta existência após ter sido demonstrado “que não é possível provar a consistência de um sistema dedutivo formalizado capaz de abranger toda a matemática clássica com todos os seus princípios lógicos”, de modo que o debate acerca dos fundamentos da matemática se centralizou em torno do logicismo e do intuicionismo.

COGNIÇÃO NUMÉRICA

Não obstante toda a discussão acima, nenhuma das principais correntes do pensamento matemático conseguiu uma resposta satisfatória para explicar a natureza e a origem do número. Foi Piaget o primeiro a propor que “somente uma investigação genética poderia conduzir a uma resposta mais conclusiva” (NOGUEIRA, 2006, p. 136). Em outras palavras, Piaget reivindicou que as investigações sobre o desenvolvimento cognitivo da criança seriam a grande oportunidade de realmente conhecermos como se formam os conceitos e qual seria a natureza do conceito de número.

No contexto da abordagem histórica e filosófica sobre a busca do “conceito de número” reportada nesta introdução, e no da reivindicação de Piaget de que é a psicologia o principal caminho que nos ajudará a esclarecer a origem e a natureza do número, é que se desenvolverá o presente capítulo. Inicialmente, veremos como vertentes filosóficas influenciaram teorias psicológicas sobre o desenvolvimento cognitivo. Em seguida, abordaremos as teorias que predominam no Brasil e como elas abordam a questão do conceito do número e o ensino da matemática, relacionando-as às principais correntes do pensamento matemático aqui esboçadas. Finalmente, trataremos das mais recentes pesquisas sobre o desenvolvimento cognitivo na moderna psicologia experimental e na neurociência cognitiva e suas implicações para as teorias clássicas do desenvolvimento cognitivo e do conceito de número e seu ensino.

AS PRINCIPAIS TEORIAS DO DESENVOLVIMENTO COGNITIVO E SUAS ORIGENS

No debate empirismo x inatismo, relacionado com o debate mais específico sobre o conceito de número: logicismo x intuicionismo, a visão da mente da criança como uma *tábula rasa* influenciou a maior parte das teorias sobre o desenvolvimento cognitivo.

Entre os mais influentes empiristas encontra-se o aclamado cientista alemão, Hermann L. F. von Helmholtz (1821-1894), um dos fundadores da psicofísica e da psicologia experimental (GAZZANIGA; HEATHERTON, 2005; LENT, 2001). Helmholtz propôs uma teoria da

percepção baseada na inferência inconsciente, de acordo com a qual formamos percepções, ideias e relações sobre as coisas quase que naturalmente quando as experimentamos recorrentemente. Helmholtz já havia afirmado, em 1867, que o conhecimento surge na criança à medida que ela experimenta sistematicamente o mundo físico manipulando as coisas que vê e que tais manipulações começariam por volta dos seis meses de idade (HELMHOLTZ, 1962; SPELKE, 1998).

A percepção do bebê se restringiria, inicialmente, ao que se apresenta imediatamente aos sentidos. Ele só começaria a aprender além dos padrões sensórios imediatos por volta dos seis meses, quando age mais efetivamente no ambiente. Nesse período os bebês começam a relacionar as sensações visuais entre si como que mudando umas em relação às outras e a relacionar as sensações que surgem de suas ações. A partir dessas relações visuais e visomotoras, os bebês iriam aprendendo que certas propriedades dos arranjos visuais estão relacionadas a certas propriedades dos corpos que eles “sentem”, que as margens colineares de um arranjo na retina tendem a pertencer a um único objeto movível e assim por diante (HELMHOLTZ, 1962; SPELKE, 1998). Em suma, nessa visão empirista as funções psicológicas se desenvolvem de fora para dentro, isto é, a percepção e a ação se desenvolvem com base na experiência sensorial e motora, ao passo que o pensamento se desenvolve com base na percepção e na ação (SPELKE, 1998; GELMAN, 2002; para uma revisão em português veja ANDRADE, 2006a, 2006b).

A visão de Helmholtz parece ter exercido forte influência sobre importantes personagens da psicologia. Conforme notou Meltzoff (2002, p. 7), nas visões clássicas do desenvolvimento intelectual, particularmente representadas nos escritos de Piaget, Vygotsky e Freud, o neonato é uma parte destacada do corpo do adulto em termos físicos, nada além disso. (veja também ANDRADE, 2006a, 2006b; SEIDL-DE-MOURA, 2004) Para Freud, por exemplo, no neonato haveria apenas o nascimento físico e não um nascimento mental. A concepção piagetiana não é muito diferente. Piaget (1970a, 1970b) afirmou que o bebê é um *solipsista* (do latim *solus* = só, único + *ipse* = mesmo)¹. Na visão de Vygotsky, “a criança nos seus

¹ *Solipsismo* é uma doutrina filosófica segundo a qual a única realidade do mundo é o eu e que toda a realidade se resume nas experiências subjetivas e exclusivas do indivíduo, em suma, é a crença de que além de nós, só existem as nossas experiências (ANDRADE, 2006a, 2006b).

primeiros meses é uma criatura estritamente orgânica e associal, separada do mundo externo e totalmente limitada às suas funções fisiológicas [...], às fronteiras de seu próprio organismo e qualquer coisa que lhe traga prazer” (VYGOTSKY; LURIA, 1993, p. 150; veja também LURIA, 1976).

Gelman (2002) agrupa as várias teorias do desenvolvimento cognitivo em cinco grandes grupos ou tipos principais, dos quais quatro podem ser consideradas de base empirista (SPELKE, 1998; GELMAN, 2002). O primeiro tipo, muito relevante para a educação no mundo todo, é a “teoria do aprendizado”. Segundo ela, o bebê nasce com um conjunto de reflexos (sucção, choro, preensão palmar etc.), os quais compõem um repertório básico de interação com o meio. Alguns desses reflexos, posteriormente, vêm a ficar sob controle operante, o que significa que as ações do bebê operarão em seu meio ambiente (físico e social) produzindo consequências e estas, por sua vez, terão um efeito retroativo sobre o organismo, no sentido de alterar a frequência daquelas ações para mais ou para menos. Por exemplo, o choro tem como consequência final a obtenção de alimento ou a remoção de um desconforto como o causado por fraldas sujas. Ambas essas consequências são providas pela mãe, elemento fundamental no meio social do bebê. O resultado é que a criança aprenderá a usar o choro como um meio de comunicação para atrair a atenção da mãe, que suprirá suas necessidades. Nessa teoria, o conhecimento é o resultado da interação do organismo com o seu meio e da capacidade de bebês e crianças em formarem associações entre os diversos estímulos, de modo que os conceitos refletem “as forças associativas que são construídas como uma função da frequência com a qual as sensações contíguas são experimentadas” (GELMAN, 2002, p. 2).

Um segundo tipo é a “teoria do processamento da informação”. Ela se baseia no funcionamento do computador, em que *inputs* (informações entrantes) são processados, gerando *outputs* (comportamento). Grande atenção é dispensada ao processamento e modelos teóricos são formulados, muitos dos quais testados empiricamente por pesquisas neurocientíficas. Exemplo notável é o da memória, com suas diversas subdivisões categorizadas em memórias de curto e de longo prazos, a transformação de uma em outra e os modos de estocagem e recuperação da informação. Assume-se que os bebês vêm ao mundo equipados com alguns mecanis-

mos sensoriais e perceptivos (com os sistemas visual e auditivo altamente organizados), juntamente com sistemas cognitivos muito básicos e sem nenhuma especificidade de domínio, tais como uma memória de curto prazo e uma grande capacidade de associação.

O terceiro tipo de teoria é a abordagem sociocultural. Assim como a “teoria do aprendizado” e a “teoria do processamento da informação”, ela também considera o desenvolvimento como uma função da experiência, a qual se inicia com processos sensoriais e motores de natureza geral, baseados somente nos reflexos inatos para depois se consubstanciarem em experiências conceituais e baseadas na linguagem. Porém, o que distingue a abordagem sociocultural diferenciando-a das duas primeiras é a ênfase na sensibilidade e maleabilidade dos bebês às interações sociais e sua importância na aquisição dos conceitos, ou seja, o papel mais ativo do bebê no seu próprio desenvolvimento cognitivo. Dentro da abordagem sociocultural, as ideias de Piaget e Vygotsky representam um quarto tipo de pensamento que compreende as teorias socioconstrutivistas, as quais constituem a base norteadora da educação no Brasil nos últimos 30 anos. As teorias socioconstrutivistas assumem que o desenvolvimento da inteligência se dá ao longo de sucessivos estágios, nos quais os conceitos se formam de maneira progressiva, diferenciando-se qualitativamente à medida que avançam. As estruturas cognitivas mais iniciais são de propósitos gerais, tornando a criança suscetível a equívocos de interpretações das informações e a erros conceituais.

A despeito de diferenças fundamentais entre os quatro primeiros tipos de teorias acima resumidos, todas convergem no sentido de que os bebês vêm ao mundo desprovidos de qualquer estrutura mental mais complexa que lhes permitam a formação de conceitos, por mais simples que sejam, mesmo a simples individuação de um objeto (GELMAN, 2002; SEIDL-DE-MOURA, 2004; ANDRADE, 2006a, 2006b). Em outras palavras, os bebês vêm ao mundo sem uma estrutura mental que se relacione diretamente com o tipo de mundo conceitual, linguístico e social que eles vão encontrar na sociedade. Outra ideia compartilhada pelas quatro teorias é que as crianças precisam de aproximadamente dois anos para começar a fazer representações internas do mundo.

Dessas quatro correntes teóricas, nós focaremos somente a “teoria da aprendizagem”, a partir da visão da análise do comportamento e as teorias socioconstrutivistas, uma vez que estas constituem as teorias de maior influência e relevância para a educação no Brasil (SEIDL-DEMOURA, 2004; ANDRADE, 2006a; 2006b). A primeira tem sua relevância principalmente porque é uma das correntes mais presentes nos currículos de graduação e pós-graduação, tanto dos cursos de psicologia quanto nos de educação. E a segunda porque tem sido tomada como norte não só em termos curriculares, mas das políticas educacionais do país, incluindo as orientações pedagógicas fundamentais ditas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs).

O quinto tipo corresponde a um grupo de teorias mais atuais, as quais são agrupadas sob o rótulo provisório de “construtivismo racional”. Trata-se de estudos motivados pelo trabalho inestimável e seminal de autores como Piaget, Vygotsky e Skinner e assumem com eles a importância do ambiente e o papel ativo da criança na aquisição do conhecimento. Ao mesmo tempo, porém, assumem também que há uma série de habilidades inatas, incluindo percepções complexas e conceitos básicos que motivam e ajudam a criança a selecionar e aprender sobre os aspectos relevantes do meio. Levam-se em conta tanto evidências comportamentais quanto neurológicas, que trazem à luz os equívocos da visão empirista (GAZZANIGA; HEATHERTON, 2005, p. 342).

Pesquisas demonstram que bebês preferem estímulos visuais apresentando padrões da face humana a estímulos semelhantes sem tais padrões e que eles prestam mais atenção a estímulos novos, auditivos ou visuais, do que a estímulos familiares, o que evidencia sua capacidade discriminativa e permite inferir memória auditiva e visual. Bebês recém-nascidos são capazes de discriminar entre a prosódia (ritmo e entonação) da fala de sua língua materna e de uma língua estrangeira. Eles também discriminam todas as centenas de sons linguísticos (fonemas) do mundo todo, bem como melodias musicais, sendo capazes de lembrar melodias ouvidas ainda na fase intrauterina. E, algo impressionante, bebês de poucos meses discriminam arranjos de estímulos visuais ou auditivos diferindo em numerosidade, assim como apresentam noção rudimentar de soma e subtração

(para revisões mais exaustivas desses temas e referências mais completas, ver ANDRADE, 2006a, 2006b; ANDRADE; PRADO, 2003).

Graças a um corpo crescente de evidências produzidas por uma série de recursos disponíveis atualmente – como os de neuroimagem, entre vários outros – somada a evidências comportamentais, hoje conhecemos a complexidade cerebral presente desde o nascimento, com áreas inteiras que já vêm diferenciadas e complexamente interconectadas (ANDRADE, 2006a, 2006b), envolvidas diferencialmente em modalidades sensório-perceptivas e motoras, bem como em habilidades cognitivas como memória de curto prazo, números, linguagem, música etc. Como já havia proposto William James no século XIX, a mente é um recurso fisiológico como outro qualquer, que passou a existir e a funcionar do modo como funciona porque ajudou o organismo a se adaptar melhor ao meio ambiente, à sobrevivência e à transmissão de genes para futuras gerações (GAZZANIGA; HEATHERTON, 2005). Por conseguinte, a continuidade entre biologia e cultura (ANDRADE, 2006a, 2006b; BUSSAB, 2000; PRADO, 2010) deve ser mais amplamente discutida e nortear as pesquisas tanto sobre a aquisição e desenvolvimento de habilidades culturalmente construídas, incluindo as habilidades numéricas (PRADO, 2010), como sobre dificuldades de aprendizagem relativamente específicas (ANDRADE, 2006a, 2006b).

Nas seções seguintes, discutiremos como as teorias socioconstrutivistas e a análise do comportamento veem o conceito de número e o desenvolvimento das habilidades numéricas na criança e de que forma a linguagem está relacionada a essas competências. Depois faremos uma breve incursão sobre as mais recentes abordagens da psicologia experimental e da neurociência cognitiva e a produção de evidências científicas sobre os correlatos neurais dos principais aspectos do comportamento numérico. Finalmente, discutiremos as implicações desses achados para as diferentes teorias e para a pesquisa sobre a aprendizagem da matemática e suas dificuldades.

A ORIGEM DOS CONCEITOS NAS TEORIAS SOCIOCONSTRUTIVISTAS DE PIAGET E VYGOTSKY

Piaget e Vygotsky são os dois teóricos da psicologia com maior influência na educação brasileira. Em que pesem diferenças fundamen-

tais entre eles, particularmente com relação ao papel da linguagem, ambos convergem em dois princípios básicos. Primeiro, não há nada de inato na cognição humana, isto é, os neonatos saem do útero materno com um repertório limitado de reflexos e uma motivação para aprender. Segundo, no primeiro ano de vida o bebê não possui percepção nem memória estáveis. Somente após um longo período de experiências sensório-motoras, que se inicia aos quatro meses e se completa por volta de um ano e meio a dois anos, é que a criança se torna capaz de representar mentalmente objetos, eventos, etc. em termos de conceitos e de raciocinar sobre eles.

A partir desses dois princípios, outros dois são postulados. O terceiro é que a partir dos dois anos, devido às limitações das primeiras experiências perceptivas e motoras as primeiras concepções dos bebês e crianças novas são inapropriadas, pois se baseiam em percepções mais primitivas do que as dos adultos, governadas por uma lógica própria, qualitativamente distinta. Um quarto princípio sustenta que na medida em que as crianças se desenvolvem, elas superam essas limitações, de modo que as concepções iniciais sofrem mudanças qualitativas, dando lugar a concepções cada vez mais apropriadas, numa progressão em estágios de desenvolvimento cognitivo, até chegarem às concepções adultas.

Por exemplo, uma tese central de Piaget é que “no começo está a ação” e tudo começa na “lógica das ações” (LIMA, 1999, p. 217), de modo que a vida psicológica do organismo é a ação ou comportamento interiorizado (LIMA, 1999, p. 145). Isto é, os bebês são equipados com esquemas de ação que estão funcionais desde o nascimento: os reflexos de sucção e preensão, sensibilidade à luz e ao som, o choro, os gritos e fonações, movimentos dos braços, da cabeça ou do tronco, etc. Mas, entre zero e 18 meses (estágio sensório-motor) eles ainda não diferenciam entre o eu e o mundo ao redor. Piaget (1970b) argumenta que após o quarto mês, embora a criança comece a coordenar seus esquemas – por exemplo: agarrando objetos e levando-os à boca (preensão, sucção), balançando-os para produzir sons, (motor, auditivo) etc. – ela ainda não possui a noção de “permanência do objeto”, isto é, não consegue pensar sobre ele na sua ausência, não o representa interiormente. É como se, fora do campo de visão, o objeto deixasse de existir. Essa noção só se desenvolveria por volta de 18 meses.

Piaget (1970a) também demonstrou que nos primeiros anos de vida, aproximadamente entre dois e sete anos (estágio pré-operacional), os conceitos das crianças sobre o mundo dos objetos, suas relações físicas, espaciais, quantitativas etc. ainda são incompletos e imperfeitos, o que pode ser observado pelas suas respostas a perguntas específicas sobre física e aritmética básicas. Por exemplo, quando transformamos uma bola de argila para um formato alongado, como o de uma salsicha, ou transferimos a mesma quantidade de líquido de um copo largo e baixo para outro mais estreito e alto, as crianças no estágio pré-operatório normalmente não compreendem que há conservação da massa ou líquido e acreditam num aumento (ou diminuição) de sua quantidade.

Vygotsky (1986) concorda basicamente com as descrições de Piaget, às quais ele se referiu como os “novos fatos” descobertos por um método que se constitui numa “ferramenta inestimável para o estudo do pensamento da criança” e “nos dá quadros da vida real, coerentes e detalhados” (VYGOTSKY, 1986, p. 14). De forma semelhante a Piaget, Vygotsky e Luria (1996) argumentaram que entre dois e quatro anos, o mundo externo é percebido de uma maneira primitiva, pois as percepções visuais são governadas por princípios diferentes e não há, para a criança, coisas tais como profundidade e perspectiva. O mundo visual seria percebido como tão próximo que a criança tenta agarrar e tocar coisas que se encontram fora de seu alcance.

Como apontado acima, há duas diferenças fundamentais entre Piaget e Vygotsky. A primeira reside no papel da linguagem e na função da fala egocêntrica no desenvolvimento dos conceitos e da inteligência, esta um aspecto fundamental nas teorias de ambos. A fala egocêntrica se refere a uma fase em que parte significativa da fala do pré-escolar não se dirige a um interlocutor específico nem leva em conta o conhecimento ou os interesses do ouvinte (ELLIOT, 1982, p. 43; ver também MONTROYA, 2006). Na perspectiva de Piaget, a inteligência não se origina na linguagem, mas, ao contrário, a linguagem é uma consequência de desenvolvimentos internos, como a aquisição da permanência do objeto e da capacidade de pensar ou produzir imagens mentais sobre os objetos e ações (por volta de um ano e meio), à qual Piaget denominou de “função semiótica” (MONTROYA, 2006). Em outras palavras, toda inteligência, assim como a própria lingua-

gem, tem na função semiótica um marco fundamental (LIMA, 1999, p. 100). Assim, não obstante a linguagem nunca aparecer como um objeto do desenvolvimento na teoria piagetiana, ela aparece com uma importante ferramenta metodológica. Nesse sentido, Piaget a utilizou como uma fonte de dados sobre as aquisições cognitivas num determinado momento do desenvolvimento, de modo que para ele a fala egocêntrica reflete formas rudimentares de pensamento. Vygotsky, em contraste, via a linguagem como um objeto do desenvolvimento e como precursora do pensamento na sua forma verbal (ELLIOT, 1982). Para o autor (VYGOTSKY, 1986; VYGOTSKY; LURIA, 1996), os esquemas sensório-motores não são formas rudimentares de pensamento e inteligência que evoluem para a lógica formal dos adultos, como acreditava Piaget, mas apenas capacidades puramente utilitárias e não inteligentes: é o surgimento da linguagem, por volta dos dois anos, que determina o pensamento que, através da fala egocêntrica, vai aos poucos se tornando fala interna que, no adulto se constitui no pensamento verbal, a essência do pensamento.

Um pequeno acidente é tomado por Vygotsky como evidência de que a fala egocêntrica não permanece como um mero acompanhamento da atividade psíquica da criança. Uma menina de cinco anos e meio desenhava um bonde e de repente a ponta de seu lápis quebrou. Vendo, então, frustrada sua tentativa de tentar pressionar fortemente o lápis contra o papel para continuar o desenho, ela murmurou para si mesma: “está quebrado”. A partir daí ela mudou seus planos e recorreu às aquarelas, passando a desenhar um bonde que se quebrou após um acidente, “continuando a falar consigo mesma de tempos em tempos sobre a mudança em seu desenho” (VYGOTSKY, 1986, p. 31). Ele observou que esta mudança de projeto ocorreu somente após a criança ter murmurado para si mesma “quebrou”, e desde esse momento em que a criança passou a falar consigo mesma ela mudou o seu desenho. Vygotsky interpretou que a fala egocêntrica foi provocada pelo “acidente” e, por sua vez, a atividade da criança de uma forma que não pode ser interpretada apenas como um mero subproduto do pensamento, mas sim um fator determinante de mudanças altamente complexas, tornando-se uma função de direção e planejamento, assim elevando seus atos ao nível do comportamento intencional, autodirigido com a mediação da linguagem (VYGOTSKY, 1986). A fala egocêntrica

não pode ser confundida como um mero subproduto do pensamento, “um acompanhamento que não interfere na melodia” (VYGOTSKY, 1986, p. 31-32). Ela é um estágio intermediário para a fala interna ou pensamento verbal do adulto, caracterizando a linguagem como um componente essencial e inextricável do pensamento, nos mesmos moldes do filósofo e linguista alemão Wilhelm von Humboldt (1767-1835).

A segunda diferença fundamental entre os dois autores refere-se à forma como os conceitos se desenvolvem. Para Piaget, os conceitos espontâneos da criança e os conceitos aprendidos dos adultos são sempre qualitativamente distintos e mutuamente antagônicos e o desenvolvimento é caracterizado por sucessivos conflitos cognitivos entre uma fase e outra. Os conflitos cognitivos ocorrem quando os esquemas sensório-motores existentes são incapazes de assimilar novas informações, gerando um desequilíbrio, o que força a criança a construir novos esquemas sensório-motores de assimilação e acomodação (LIMA, 1999). Os conflitos cognitivos nos pontos de “transição” entre uma fase e outra, que são a essência do desenvolvimento e do aprendizado na teoria piagetiana, representam uma noção de descontinuidade no desenvolvimento dos conceitos. Em contraste, Vygotsky (1986, p. 155-157) sustenta que o desenvolvimento dos conceitos espontâneos e não espontâneos não são antagônicos, mas sim análogos e “estão relacionados e influenciam constantemente um ao outro”, de modo que o desenvolvimento cognitivo é um processo contínuo e único.

Analisemos agora a proposta de Piaget com relação ao conceito de número sob uma perspectiva do desenvolvimento cognitivo.

O NÚMERO E A MATEMÁTICA EM PIAGET

Piaget e Szeminska (1981) publicaram um estudo sobre o desenvolvimento do conceito de número, feito com crianças no período pré-operatório (dois a sete anos). As tarefas foram ministradas no contexto do método clínico, que se baseia na livre conversação entre o experimentador e a criança. As perguntas seguem o rumo determinado pelas respostas do participante e, naquele caso, focavam o que Piaget considerava as principais “qualidades” ou “necessidades” do número para existir “a *conservação de quantidades* (condição de todo e qualquer conhecimento), a *corres-*

pondência termo a termo (essencial para a contagem), a determinação da *cardinalidade* e do *princípio ordinal* (aspectos indissociáveis do número)” (NOGUEIRA, 2006, p. 136). A noção da conservação de massa foi testada nas tarefas de ‘transformação física’ de massa de modelar, de volume na transposição da mesma quantidade de líquidos em diferentes recipientes, e de número na comparação de fileiras mais ou menos alongadas contendo o mesmo número de objetos. A “correspondência termo-a-termo” (ou biunívoca) se refere à habilidade de designar cada palavra-número da contagem a um, e somente um, determinado objeto da coleção. E, finalmente, a determinação da “cardinalidade” é a compreensão de que a última palavra-número corresponde à quantidade total da coleção contada.

Nesses estudos, Piaget e Szeminska (1981) observaram que no estágio pré-operacional (dois a sete anos) as imagens mentais já permitem o desenvolvimento da habilidade de agrupar objetos em classes ou ordená-los em séries, isto é, operar sobre as relações simétricas (agrupar objetos de acordo com suas semelhanças em certas qualidades como cor, formato etc.) e assimétricas (ordenar ou seriar os objetos de acordo com suas diferenças, como o tamanho). Entretanto, nesse período a criança ainda não adquiriu a noção de “conservação de quantidades” (massa, volume e número) de modo que quando objetos ou grupos de objetos são transformados na forma ou ordem, sem alterar a quantidade, ela sempre responde, por exemplo, que há “mais” massinha depois que uma bola de argila é alongada e que há mais líquido depois que este é transferido de um copo baixo e largo para outro mais estreito e alto. Em suma, nessa fase predomina um pensamento simbólico ou intuitivo (pré-lógico) em que a criança não consegue reverter mentalmente a ação e ainda não pensa num nível lógico ou operatório (o termo “operação”, na visão piagetiana, grosso modo significa ação interiorizada), fundamental às operações matemáticas mais elementares.

Conforme nota Lima (1999, p. 238-239), a noção de conservação das transformações físicas é a primeira evidência da noção de “reversibilidade” (a toda ação ou operação existe o seu inverso), noção esta que “faz do pensamento instrumento de ação (virtual) imensamente superior à operação motora” e requisito básico para as operações elementares da lógica e da matemática, incluindo o conceito de número. É somente por volta dos sete anos, com a aquisição da reversibilidade, a qual parece es-

tar associada à síntese das noções de inclusão (classe) e ordem (seriação) que possibilita a noção de número, é que a criança atinge o estágio de pensamento lógico, baseado em ações mentais reversíveis, chamado de estágio operacional-concreto (LIMA, 1999). Piaget e Szeminska (1981, p. 12, apud NOGUEIRA, 2006, p. 140) concluíram que esses resultados suportam a ideia de que o conceito de número na criança se origina de um longo processo entre os dois e sete anos de idade, que culmina na “síntese operatória da classificação e seriação”, por volta dos seis a sete anos.

[...] o número se organiza, por etapas, em solidariedade estreita com a elaboração gradual dos sistemas de inclusões (hierarquia das classes lógicas), com as relações assimétricas (seriações qualitativas) e com a sucessão dos números, constituindo- se, assim, em síntese operatória da classificação e seriação.

Podemos, pois, concluir que o conceito de número em Piaget é essencialmente baseado no logicismo, isto é, definido nos termos puramente lógicos de classe e relações assimétricas (seriação). Desse modo, para Piaget, as crianças nasceriam sem qualquer ideia pré-concebida de objeto e muito menos de número, o qual seria construído após um longo percurso das interações sensório-motoras com o ambiente, num período pré-lógico e pré-numérico do desenvolvimento entre os dois e sete anos (estágio pré-operatório) e se consubstanciaria a partir da síntese de dois conceitos pré-lógicos e pré-numéricos, a classificação e a seriação, respectivamente, por volta dos sete anos de idade.

Piaget também considerou que sua hipótese de que “o número é classe e relação assimétrica ao mesmo tempo” é uma visão alternativa mais completa do que a do logicismo tradicional, o qual procura “conduzir o número cardinal à noção de classe de classes e o número ordinal, dissociado do primeiro, à de classe de relações” (PIAGET, 1981, p. 13). Ao mesmo tempo, Piaget também considera que seu conceito de número, por não derivar de nenhuma operação lógica particular e sim somente da sua reunião, este conceito também concilia a continuidade da lógica com a irreducibilidade do intuicionismo (isto é, que o número não pode ser reduzido a operações lógicas inferiores a ele) de modo que “leva a conceber como recíprocas e não mais como unilaterais as relações entre a lógica e

a aritmética” (PIAGET, 1981, p. 13, apud NOGUEIRA, 2006, p. 141). Nogueira (2006, p. 141) propõe que, embora seu conceito de número tenha por fonte a lógica, as reflexões de Piaget sobre uma conciliação entre o logicismo e o intuicionismo sugerem que seu objetivo fundamental era propor “um *tertium* entre as definições de número propostas por duas das principais correntes do pensamento matemático: o logicismo de Russel e o intuicionismo de Poincaré”. O termo latino *tertium* significa “terceiro” e Piaget o usava para se referir a uma terceira explicação que ao mesmo tempo que nega, incorpora e sintetiza as outras duas teorias conflitantes, superando-as. Conforme nota Nogueira (2006), Piaget já havia proposto que sua teoria psicogenética (origem do pensamento) seria um *tertium* ideal entre o apriorismo kantiano e o empirismo de John Locke, bem como entre o lamarckismo e o neodarwinismo.

A LINGUAGEM E O NÚMERO E O ENSINO DA MATEMÁTICA NA VISÃO PIAGETIANA

A partir de suas pesquisas Piaget concluiu que “o desenvolvimento da linguagem não provoca o desenvolvimento paralelo das operações mentais, ao passo que o contrário ocorre” (PIAGET, apud LIMA, 1999, p. 100), de modo que a linguagem é uma consequência, uma superestrutura da inteligência sensório-motora (LIMA, 1999). De fato, Piaget e Szeminska (1981) argumentam que seus resultados revelam que a numeração falada, isto é, a contagem tem muito pouco a ver com a aquisição da correspondência termo-a-termo em termos de causação dessa correspondência.

Em um de seus experimentos, Piaget e Szeminska (1981) pediram às crianças para separarem um número de objetos a partir da correspondência termo-a-termo com outro grupo de objetos como, por exemplo, separar um bombom para cada moeda de uma coleção, de modo que para um arranjo de quatro bombons deveriam pegar quatro moedas. Depois de realizada a correspondência, as moedas eram escondidas e as crianças solicitadas a dizer sua quantidade, isto é, a demonstrar a compreensão da propriedade de cardinalidade designada pela última palavra-número da contagem. Conforme os autores, as crianças até mais ou menos seis anos não conseguiam responder corretamente ou, quando conseguiam, mudavam de ideia após um tempo (ou, talvez após contra-argumentações do ex-

perimentador, uma vez que o método clínico piagetiano é baseado no livre diálogo entre sujeito experimental e experimentador). Eles notaram que embora a atenção à contagem faz com que as crianças cheguem à ideia de que a correspondência é durável, quando elas tentam abstrair a totalidade cardinal elas falham (PIAGET; SZEMINSKA, 1981, p. 97).

Assim, Piaget e Szeminska entenderam que o aprendizado da contagem influi muito pouco no resultado da correspondência termo-a-termo e concluíram que:

[...] não é exagero dizer que este fator verbal não desempenha qualquer papel no próprio progresso da correspondência e da equivalência [...]. Sem dúvida, no momento em que a correspondência se torna quantificante e dá assim nascimento a começos de equivalência, a numeração falada pode acelerar o processo de evolução (PIAGET; SZEMINSKA, 1981, p. 97).

A influência das ideias piagetianas se fez sentir fortemente no âmbito da matemática escolar, produzindo modificações importantes no modo de se ensiná-la, dando origem, por exemplo, ao movimento que ficou conhecido como “Matemática Moderna” ou “Movimento Renovador”, na década de 1970 (BURGO, 2007). Veremos que a tendência geral passou a ser de renúncia à contagem e aos algoritmos, considerados partes de uma pedagogia errônea baseada na linguagem, um “verbalismo” que reflete o *método da autoridade oral* (LIMA, 1999, p. 100), passando a ênfase a recair sobre o ensino baseado na atividade exploratória do mundo dos objetos e suas relações lógico-matemáticas de classe e série para a construção do conceito de número.

Como implicação, as orientações pedagógicas para as séries inferiores incluem objetivos puramente lógicos, tendo-se sempre em vista o grau de desenvolvimento mental do aluno (de acordo com os estágios piagetianos) e os interesses para os quais têm maior inclinação. O ensino deve se basear no envolvimento ativo do aluno em atividades em que ele tem o papel de descobridor e não de receptor passivo do conhecimento, renunciando-se completamente à prática da memorização sem raciocínio, ao enunciado abusivo de definições e regras e ao estudo sistemático de demonstrações já feitas (BICUDO, 1942, p. 156, apud BURGO, 2007,

p. 52). A Matemática Moderna, por sua vez, apregoava que o ensino da matemática tinha malgrado nas escolas porque oferecia uma matemática antiquada, de linguagem imprecisa e ultrapassada, propondo um ensino revolucionário em que as crianças aprendem de uma forma muito mais lógica, através de descobertas a partir de suas próprias ações, aproximando-as, assim, da matemática dos cientistas. A Matemática Moderna seria um método que ensina a pensar, enfatizando o aprendizado puramente por meio da lógica e sem a realização de cálculos desnecessários, sem assustar (BURGO, 2007, p. 57).

Lauro de Oliveira Lima, considerado um dos primeiros divulgadores das ideias de Piaget no Brasil, criou o “Método Psicogenético” (LIMA, 1975), estruturado a partir da teoria de Piaget e baseado em atividades planejadas e na dinâmica de grupo (pois a discussão entre todos é a didática fundamental), envolvendo jogos, pesquisas, leituras, passeios, etc. (LIMA, 1975). Conforme Lima (1975, p. 31) a dinâmica de grupo é a didática básica em que o princípio fundamental é que “o professor não ensina; ajuda o aluno a aprender”. Lima (1999, p. 108), de fato, enfatiza que “a professora deve convencer-se de que não deve dar aula, deixando a atividade (altamente dirigida e nada espontânea, como recomenda Piaget) por conta da criança (resolver situações-problema propostas)”.

Especificamente com relação ao ensino da matemática, Lima (1999) argumenta que uma vez que as estruturas ou esquemas lógico-matemáticos são, para Piaget, as estruturas fundamentais da conduta e do pensamento humano, ou seja, da inteligência, “a grande revolução pedagógica vai ser uma reversão da linguagem para a Matemática” (LIMA, 1999, p. 102), de modo que a própria linguagem deveria ser estimulada pela “exercitação de processos lógicos” (LIMA, 1999, p. 101). Nessa perspectiva, o ensino da matemática deve se iniciar pela atividade procedural (desenvolvimento de ações e relações entre os objetos), pois a abstração matemática se desenvolve a partir da experiência física (atributos e qualidade dos objetos) e da experiência lógico-matemática (desenvolvimento de estratégias de manipulação dos objetos) (LIMA, 1999, p. 100-101). Conforme Lima (1999), “a linguagem só ganha importância (e, agora, importância fundamental) quando alcança o nível das proposições e se iniciam as combinações lógicas”, isto é, no período das operações abstratas (operacional-formal), de 11 a 15 anos (p. 66). Assim,

iniciação matemática não significa ensinar cálculo (contar, somar, dividir etc.), mas sim construir, por meio da ação e construção das relações entre os objetos, as estruturas de classificação, seriação, partição, correspondências, redes, grupos etc.

De acordo com Burgo (2007, p. 59-60), o método psicogenético de Lauro de Oliveira Lima (exposto em mais de 20 obras), foi o grande responsável por divulgar as ideias de Piaget no Brasil e contém o que é conhecido como “Os Dez Mandamentos da Escola Piagetiana”, dentre eles, não ensinar (mas sim provocar a atividade da criança), não trabalhar na base da linguagem nem da memorização, aceitar sempre as respostas das crianças, mesmo que erradas, pois elas correspondem ao seu nível mental etc.

Constance Kazuko Kamii, uma psicóloga nipo-americana nascida na Suíça e discípula de Piaget, é a escritora piagetiana de maior influência no ensino da matemática na educação infantil e séries iniciais do Ensino Fundamental no Brasil e em toda a América Latina. De acordo com Nogueira, Belini e Burgo (2007) a obra de Kamii convence os professores de que não é possível ensinar número às crianças. A construção do pensamento matemático não pode ser transmitida à criança, pois é produto da atividade do sujeito e deve se basear em jogos em grupo e situações do cotidiano (KAMII, 1995; KAMII; DECLARK, 1986). A principal crítica de Kamii ao ensino tradicional, nos mesmos moldes de Lima (1999), contra o “verbalismo” dos algoritmos das contas de somar, dividir e multiplicar, é o uso dos algoritmos cujo efeito nocivo ela afirma ser o de embotar a capacidade de pensar e os quais devem ser substituídos por atividades interindividuais como os jogos.

Com relação às dificuldades de aprendizagem na matemática, Piaget e os defensores da teoria piagetiana são enfáticos em atribuí-las todas às abordagens de ensino que privilegiam os aspectos linguísticos como a contagem e os algoritmos. Segundo Lima (1999),

o fracasso universal (em todos os tempos) na aprendizagem da Matemática mostra um equívoco intrínseco no processo educativo, pois, sem o domínio das estruturas lógico-matemáticas, a apreensão da realidade é fantasmagórica, fato mascarado pelo uso da linguagem. (p. 102)

Como vimos, o próprio Piaget fazia frequentes advertências que o ensino eminentemente linguístico e verbalista e com uso prematuro do formalismo, representavam fortes chances de fracasso (LIMA, 1999), o que é assumido de uma forma geral por todos os autores piagetianos (BURGO, 2007).

O PENSAMENTO E A LINGUAGEM EM VYGOTSKY

Em Piaget a linguagem é separada do pensamento, apenas uma ferramenta do pensamento no mesmo sentido proposto por Santo Agostinho (AGOSTINHO, 1999) no século IV (d.C.) e pelo filósofo empirista inglês John Locke no século XVII, que acreditavam que as palavras eram simples ferramentas do pensamento apenas como representação simbólica e não formadora dos conceitos. Descartes também argumentou nessa direção ao afirmar que a razão estaria fundamentada não na linguagem, mas sim em nossa capacidade inata dos princípios geométricos Euclidianos (DESCARTES, 1986). Essa separação entre pensamento e linguagem é uma visão compartilhada por muitos filósofos e psicólogos contemporâneos (FODOR, 1983; PINKER, 1994; BLOOM, 2000) que sustentam que a linguagem que falamos não afeta a forma como pensamos, com base na evidência de que é plenamente possível a existência de pensamentos abstratos, ricos e complexos, mesmo em lesões cerebrais que causam afasias (déficits na comunicação verbal), ou cérebros privados de estímulos linguísticos e, portanto, sem a linguagem natural. Em contrapartida, o filósofo e linguista alemão Wilhelm von Humboldt, defendia que a linguagem não é somente uma ferramenta de representação ou comunicação de ideias que existem independentemente dela, mas sim um “órgão constitutivo do pensamento”, essencial para a produção de novos conceitos, os quais não existiriam sem ela, de tal modo que diferentes línguas não significam somente diferentes “sons e sinais” mas também “diferenças na representação do mundo” (STANFORD, 2007). Esse determinismo linguístico no pensamento humano influenciou toda uma geração de linguistas que defendem a ideia de que o pensamento não existiria sem a linguagem, (WHORE, 1956; SAPIR, 1921).

Para Vygotsky, as palavras influenciam até a percepção, a forma como vemos as coisas. As palavras permitiriam à criança focar melhor a

atenção nos objetos e eventos e, portanto, a formar percepções mais eficientes. Dessa forma, as crianças começam a perceber, a construir relações entre os objetos e eventos e, finalmente, a representar o mundo através da fala. Ele observa, por exemplo, que entre os dois e três anos de idade ocorre uma súbita curiosidade pelas palavras e seu valor simbólico: a criança começa a fazer perguntas sobre tudo que é novo, “a fala começa a servir o intelecto e os pensamentos começam a ser falados” (VYGOTSKY, 1986, p. 82), resultando em uma explosão de vocabulário. Através das palavras a atenção involuntária passa a ser voluntária e inteligente e a memória puramente mecânica transforma-se em memória lógica, isto é, a criança começa a perceber o mundo e adquirir memória através das palavras (VYGOTSKY, 1986, p. 166). Entre os três e sete anos, a fala egocêntrica (que para Piaget simplesmente reflete as percepções e conceitos ainda incompletas e imperfeitas) é um marco do processo de desenvolvimento linguístico e cognitivo, no qual os pensamentos verbalizados vão, aos poucos, se tornando fala interna e “pensamento verbal” (VYGOTSKY, 1986, p. 87-88) de modo que pensamento e fala se tornam uma só coisa: a unidade ou célula de pensamento verbal, a qual não pode ser analisada (VYGOTSKY, 1986, p. 211-212). Para Vygotsky (1986, p. 212) não há pensamento sem fala e o significado, portanto, “é um critério da palavra” e “pode ser considerado como um fenômeno da fala”.

Na visão de Vygotsky (1986) “as formas superiores, especificamente humanas de comunicação psicológica são possíveis porque a reflexão do homem sobre a realidade é realizada em conceitos generalizados” (p. 8), de modo que “todos os conceitos são generalizações” (p. 107), generalizações estas que só são possíveis por meio das palavras, isto é, da linguagem

uma palavra não se refere a um objeto, mas a um grupo ou a uma classe de objetos. Cada palavra já é, portanto, uma generalização. A generalização é um ato verbal de pensamento e reflete a realidade de uma forma bem diferente do que a sensação e a percepção a reflete. (VYGOTSKY, 1986, p. 6).

Para Vygotsky, se a formação de conceitos é um ato de generalização, este é realizado através das palavras, uma vez que a própria palavra constitui-se numa generalização, de modo que:

nem o desenvolvimento de associações de números, nem o reforçamento da atenção, nem a acumulação de imagens e representações, nem a determinação de tendências – que nenhum destes processos, por mais avançados que possam ser, pode levar à formação de conceitos. Os conceitos reais são impossíveis sem palavras e pensar em conceitos não existe além do pensamento verbal. (VYGOTSKY, 1986, p. 107).

Para finalizar essa sequência de parágrafos exposta de forma praticamente silogística, conclui-se que a palavra não é somente a unidade de pensamento verbal (união de pensamento e fala), mas também a união de generalização e comunicação (VYGOTSKY, 1986, p. 9); em outras palavras “em qualquer idade, um conceito encarnado numa palavra representa um ato de generalização.” (p. 171).

A partir dessa lógica traçada por Vygotsky (1986), ele afirmou que “seria errado [...] considerar pensamento e fala como dois processos não relacionados ou paralelos ou, então, se cruzando em certos pontos e influenciando um ao outro” (p. 211), assumindo que um fato inconteste e de grande importância é que o pensamento é determinado pela linguagem, isto é, pelas ferramentas linguísticas de pensamento e pela experiência sociocultural da criança (1986, p. 94). Finalmente, Vygotsky (1986, p. 94) explicita que suas principais conclusões são que “o estágio do desenvolvimento da fala interna e do pensamento verbal não é uma simples continuação do pensamento pré-verbal da criança”, pois “a própria natureza do desenvolvimento muda do biológico para o sócio-histórico”, isto é, uma vez que o pensamento verbal “não é uma forma natural, inata de comportamento”, mas em vez disso “é determinado por um processo histórico-cultural”, ele apresenta propriedades específicas e leis que não podem ser encontradas nas formas naturais de pensamento e fala. Assim, reivindica que a linguagem, diferentemente de Santo Agostinho, John Locke e Piaget, é um componente essencial e inextricável do pensamento nos mesmos moldes do filósofo e linguista alemão Wilhelm von Humboldt.

Voltando à matemática, Vygotsky (1986) propõe uma evolução das generalizações através da própria evolução do significado das palavras, dentro da qual surge o conceito de número. Nós veremos nos parágrafos seguintes que, para o autor, o conceito de número se desenvolve a partir das

primeiras palavras que já encerram generalizações de classe (ou categoria) dos objetos, como cadeira, mesa, ou camisa, calça, etc. Depois adquirem as palavras que representam generalizações cada vez mais complexas a partir das anteriores como mobília, roupa, etc. É nesse processo que a aquisição das palavras-número vai aos poucos desenvolvendo a noção de número e de conceitos matemáticos, dos mais simples aos complexos.

O NÚMERO E A MATEMÁTICA EM VYGOTSKY

De acordo com Vygotsky (1986, p. 135 e 149), seus estudos sugeriam três fases principais no desenvolvimento do pensamento verbal, ao longo do qual o significado das palavras evolui e se constrói o conceito de número.

Na primeira fase da formação dos conceitos, caracterizada pelo que Vygotsky e Piaget chamaram de “pensamento sincrético” (VYGOTSKY, 1986, p. 17, 54, 111-112, 149 e 199), a palavra é uma generalização do tipo mais primitivo associada a imagens sincréticas, isto é, a características perceptivas mais globais que definem categorias de simples objetos (cadeira, mesa, sofá).

Mas à medida que o intelecto da criança se desenvolve vão surgindo palavras referentes a generalizações de nível cada vez mais elevado, dando origem à segunda fase denominada “pensamento por complexos” (VYGOTSKY, 1986, p. 112), na qual os objetos encontram-se inter-relacionados no cérebro por meio das primeiras palavras cujas generalizações englobam outras palavras, tais como “mobília” (a classe que engloba vários objetos) ou “roupa” (camisa, bermuda etc.) (VYGOTSKY, 1986, p. 112 e 199). Embora nessa fase a criança já tenha superado parcialmente o seu ego-centrismo e o pensamento já seja coerente e objetivo, as inter-relações nos complexos são “descobertas através da experiência” e são “mais concretas e factuais do que abstratas e lógicas”, de modo que ainda não estão hierarquicamente organizados e correspondem mais a “pré-conceitos” do que o que Vygotsky chama de “conceitos verdadeiros” (VYGOTSKY, 1986, p. 116, 198). Assim, a relação entre “flor” e “rosa” ainda não é uma relação de subordinação hierárquica e o conceito mais lato: “flor”, pode coexistir no mesmo plano que o conceito mais restrito: “rosa” (VYGOTSKY, 1986, p.

198). Por isso o autor afirma que um complexo “não é formado no plano do pensamento lógico abstrato”, mas é “acima de tudo e principalmente, um agrupamento concreto de objetos ligados por nexos factuais” (p. 113) e, portanto, ainda não reflete as relações objetivas e hierárquicas que caracterizam o verdadeiro pensamento conceptual da terceira fase (p. 112 e 149).

Neste ponto torna-se oportuno traçar uma relação entre as diferentes visões do desenvolvimento do pensamento lógico-matemático e do conceito de número proposto por Piaget e por Vygotsky. A fase do pensamento por complexos, na teoria de Vygotsky, corresponde às ideias das crianças em idade pré-escolar, ao nível pré-operatório, de Piaget (entre dois e seis ou sete anos) (VYGOTSKY, 1986, p. 202). O pensamento pré-operatório, de Piaget e Szeminska (1981, p. 12, apud NOGUEIRA, 2006, p. 140) representa o período pré-lógico em que a criança elabora gradualmente as relações de inclusão entre os objetos, formando hierarquia (das classes lógicas), bem como as relações assimétricas ou de ordem (sérieção). Da mesma forma, os “complexos” de Vygotsky (1986) são relações de generalização entre as palavras que ainda “carecem de unidade lógica” (p. 113), mas cuja principal função “consiste em estabelecer ligações e relações” e dar “início à unificação das impressões dispersas; ao organizar elementos discretos da experiência em grupos cria uma base para futuras generalizações” (p. 135).

Na terceira fase da evolução do pensamento verbal, segundo Vygotsky, surgem os conceitos verdadeiros, ou pensamento conceitual, os quais são hierarquicamente organizados numa generalização que vai além da organização de elementos discretos da experiência e da unificação que caracteriza os complexos. O conceito verdadeiro implica necessariamente “abstrair, isolar elementos e ver os elementos abstraídos da totalidade da experiência concreta em que se encontram mergulhados”, isto é, no pensamento conceitual “é tão importante unificar como separar: a síntese tem que combinar-se com a análise” (VYGOTSKY, 1986, p. 135).

Em suma, a afirmação de Vygotsky (1986, p. 139) de que “os complexos associativos pressupõem a existência de que se “abstrai” um traço comum de diferentes unidades”, explicita inequivocamente que a generalização verbal dá origem ao conceito de classes. Portanto, a diferença fundamental entre ele e Piaget é que enquanto os processos pré-lógicos

que, segundo este último, são baseados em esquemas sensório-motores representados em ações físicas e imagens mentais sobre o mundo dos objetos, para Vygotsky esses processos são baseados na linguagem, nos diferentes níveis de generalização e organização dos significados das palavras. Vygotsky (1986, p. 202) afirma textualmente que “as ideias das crianças em idade pré-escolar (que possuem a estrutura de complexos)” resultam “não do agrupamento de imagens dos objetos individuais, mas sim da elaboração de generalizações predominantes durante uma fase anterior”, entendendo-se generalização aqui como um processo baseado nas palavras.

Na mesma linha de raciocínio, também depreendemos que enquanto para Piaget e Szeminska, (1981, p. 12, apud NOGUEIRA, 2006, p. 140-141) o conceito de número é produto da síntese da classificação e seriação dos objetos, Vygotsky (1986) reivindica que os conceitos genuínos surgem da abstração do pensamento por complexos, “quando os traços abstraídos são novamente sintetizados e a abstração sintetizada daí resultante se torna o principal instrumento de pensamento” (p. 139); isto é, o conceito de número origina-se quando “certos aspectos dos objetos foram abstraídos e generalizados em ideias de números” (p. 202). Vale enfatizar que em Vygotsky (1986), a generalização é dada através da palavra, de modo que a palavra desempenha o papel decisivo neste processo, sendo “utilizada deliberadamente para orientar todos os processos parciais do estágio superior da gênese dos conceitos” (p. 139), incluindo o de número (p. 202).

O ENSINO DA MATEMÁTICA NA VISÃO DE VYGOTSKY

O pensamento de Vygotsky sobre o ensino da matemática obviamente vai numa direção oposta ao de Piaget quando se trata do papel da linguagem na aquisição dos conceitos matemáticos. Diferentemente da visão piagetiana, em que os conceitos em diferentes estágios são sempre qualitativamente distintos e mutuamente antagônicos, resultando num processo de desenvolvimento descontínuo, Vygotsky (1986, p. 155-157) reivindica um processo contínuo e unitário, em que os novos conceitos se originam da elaboração de generalizações predominantes durante uma fase anterior (p. 202), de modo que a contagem e outros recursos simbólicos

são de extrema importância no desenvolvimento do conceito de número e do ensino da matemática:

O currículo não pode determinar com antecedência o ponto de viragem em que um princípio geral se torna claro para determinada criança. Não se ensina à criança o sistema decimal em si, ensina-se-lhe a escrever números, a somar e a multiplicar, a resolver problemas e de tudo isto acabam por emergir alguns dos conceitos gerais do sistema decimal. (VYGOTSKY, 1986, p. 185).

Embora Vygotsky (1986) afirme que “os novos e mais elevados conceitos, por seu turno, transformam o significado dos conceitos inferiores” (p. 202) ele também assume, contrapondo-se a Piaget, que “a criança não é obrigada a reestruturar separadamente todos os seus conceitos anteriores, coisa que seria realmente um trabalho de Sisifo.” (p. 203). Assim, a progressão dos conceitos aritméticos básicos da criança para os conceitos algébricos dos adolescentes, que representam abstrações e generalizações de certos aspectos dos números e não dos objetos, realiza-se por meio da generalização das generalizações do período anterior (VYGOTSKY, 1986, p. 202). De acordo com Vygotsky (1986, p. 199-200), esse nível de “generalização de generalizações” caracteriza “os níveis mais altos no desenvolvimento do significado das palavras” e são governadas pela “lei de equivalência de conceitos, de acordo com a qual qualquer conceito pode ser formulado”. Vygotsky cita como exemplo puro de equivalência os próprios “conceitos de números desenvolvidos através dos estudos de aritmética”, de modo que “qualquer número poderá ser expresso de inúmeras maneiras” uma vez que cada número “contém em si as suas relações com todos os outros”: o número um pode ser expresso como sendo, por exemplo, a diferença entre dois números consecutivos, ou como um número qualquer dividido por si próprio e assim por diante (VYGOTSKY, 1986, p. 200).

Concluimos, portanto, que o pensamento conceitual para Vygotsky é de natureza proposicional, também referida como semântica ou factual, isto é, mais baseada em descrições ou afirmações verbais. Ao distinguir entre conceitos espontâneos dos científicos, Vygotsky (1986, p. 205) cita que as respostas erradas das crianças, como quando “uma criança diz de um objeto que se dissolveu na água porque era pequeno, e de outro que se dissolveu porque era grande”, reflete relações de generalidade pouco

desenvolvidas, ainda não hierárquicas. Para Vygotsky, a criança na fase pré-operatória “limita-se a proferir afirmações empíricas de fatos que decorrem da lógica das percepções” porque no seu cérebro não há qualquer generalização do tipo “as dimensões reduzidas implicam a dissolução” e, por isso, ela não sente contradição em suas afirmações (VYGOTSKY, 1986, p. 205). Esta generalização de alto nível a que Vygotsky se refere se ajusta perfeitamente ao conceito de representação ou pensamento proposicional, no qual os conceitos são baseados em descrições de natureza mais verbal (GAZZANIGA; HEATHERTON, 2005, p. 25 e 254) e, portanto, mais consistente com matemática logicista e a lógica proposicional (simbólica) de Bertrand Russell (brevemente discutida no início deste capítulo).

Veremos que a noção do papel da linguagem na aquisição das habilidades numéricas e o conceito de número como uma rede de relações de “equivalência” são noções muito similares às concepções de número e matemática na teoria behaviorista e na ciência da Análise do Comportamento.

A ANÁLISE DO COMPORTAMENTO

A análise do comportamento é uma ciência cuja filosofia é o behaviorismo (ver CARVALHO NETO, 2002). Este surgiu como uma importante escola psicológica fundada pelo americano John B. Watson (1878-1958) sob forte influência do empirismo e também do trabalho do fisiologista russo Ivan P. Pavlov (1849-1936). Para Watson, uma psicologia verdadeiramente científica deveria estudar apenas comportamentos diretamente observáveis. O objetivo dessa ciência seria a predição e o controle do comportamento. Com base na teoria da evolução, ele admitia a continuidade filogenética entre outras espécies animais e o homem, sendo o comportamento humano, portanto, apenas parte do escopo de sua ciência. No que diz respeito à relação mente-corpo, não há interação entre eles, de modo que não há necessidade de explicá-la. O comportamento é determinado por estímulos antecedentes do ambiente, aí devendo ser buscadas as suas causas.

Outro behaviorista de grande destaque mundial no cenário da psicologia e sucessor de Watson foi Burrhus F. Skinner (1904-1990). É comum que parte significativa da literatura psicológica apresente Watson e

Skinner como se não houvesse diferenças fundamentais no pensamento de cada um. Na verdade, porém, trata-se de duas versões bastante diferentes do behaviorismo. Não é propósito do presente texto discuti-las exaustivamente, mas duas delas devem ser apontadas aqui. Matos (1997) afirma que Watson não negava a mente, mas se recusava a estudar comportamentos encobertos (pensamentos, sentimentos etc.), ao passo que Skinner negava definitivamente a existência de uma mente imaterial causadora do comportamento, tal como propunha Descartes, mas colocava como parte importante da psicologia o estudo dos comportamentos encobertos, aos quais não atribuía nenhuma natureza especial, sendo eles tão naturais como qualquer comportamento publicamente observável.

O modelo de Watson é o famigerado S-R (estímulo-resposta), isto é, o ambiente determina o comportamento sendo esta uma relação linear e unidirecional, ao passo que para Skinner, a ação do sujeito opera sobre o ambiente, modificando-o de várias formas. Tais modificações são consequências da ação do sujeito, as quais, por sua vez, retroagem sobre ele alterando a probabilidade de novas ocorrências futuras do comportamento que as produziu. Nas palavras do próprio Skinner (1978, p. 15), “os homens agem sobre o mundo, modificam-no e, por sua vez, são modificados pelas consequências de sua ação”. Em termos educacionais, uma implicação importante é apontada por De Rose (2010, p. 10) a pesquisa sobre o comportamento deve concentrar-se na investigação das “relações entre o comportamento dos alunos, as condições antecedentes e as consequências comportamentais”.

A FORMAÇÃO DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS

De acordo com a definição skinneriana, o comportamento verbal é um tipo especial de operante “em que as consequências são mediadas pelo comportamento de outro(s) indivíduo(s)” (DE ROSE, 2010, p. 7). Skinner (1972, apud TEIXEIRA, 2010) reivindicou que desde o início as aquisições aritméticas são determinadas pelo comportamento verbal, quando a criança “fala e escreve certas palavras, Algarismos e sinais que remetem a números e operações aritméticas”, bem como quando “conta, diz a tabuada, conta enquanto assinala os elementos de um conjunto de obje-

tos, responde a números ditos ou escritos” etc. “Tudo isso, para Skinner, constitui comportamento verbal” (TEIXEIRA, 2010, p. 161).

Essas colocações parecem sugerir que, para alguns autores, o comportamento matemático se inicia e se desenvolve a partir da linguagem, devendo ser avaliado por meio dela e nela devendo ser buscadas as raízes de suas dificuldades (TEIXEIRA, 2010, p. 173). Entretanto, uma análise mais detalhada da concepção de formação de conceitos e, particularmente, do conceito de número, sugere uma noção mais ampla, que nos permite concluir que, além do comportamento verbal, a discriminação sensório-perceptiva de quantidades desempenha um papel fundamental no comportamento numérico. De Rose (2010, p. 7), por exemplo, define o comportamento matemático como um tipo especialmente complexo de comportamento verbal sob controle discriminativo de aspectos quantitativos e numéricos do ambiente. De fato, de acordo com Keller e Schoenfeld (1974), a aprendizagem de conceitos depende de dois processos distintos, porém, complementares: discriminação interclasses e generalização intra-classe. A discriminação estabelece a diferença entre estímulos de classes distintas, ao passo que a generalização permite o agrupamento de estímulos de uma mesma classe por propriedades que têm em comum. Drachenberg (2010) aplica essa mesma definição à aprendizagem de conceitos de quantidades (ver também MAGALHÃES; GALVÃO, 2010, p. 96).

Nessa perspectiva, o comportamento matemático faz parte de um tipo de comportamento verbal dos mais importantes, isto é, aquele controlado “discriminativamente por objetos, eventos ou propriedades do ambiente”, de modo que as palavras e sentenças, sob controle desses aspectos do ambiente podem ser tomadas como descrições simbólicas deles (DE ROSE, 2010, p. 7). A Análise do Comportamento tem avançado significativamente, desde o início da década de 1970, no estudo do comportamento simbólico, em grande parte graças à adoção, entre vários recursos teórico-metodológicos, do chamado paradigma de equivalência. Este evoluiu a partir de um influente relato de pesquisa apresentado por Sidman (1971), resumido a seguir.

Sidman (1971) estudou um rapaz com microcefalia e um severo atraso de desenvolvimento e de linguagem. Usando um conjunto de 20 palavras faladas correspondentes a objetos, suas respectivas figuras e

palavras impressas, Sidman verificou que o rapaz sabia nomear algumas figuras e selecioná-las a partir de seus nomes falados pelo experimentador. Por meio de um procedimento de escolha de acordo com o modelo (MTS) e reforçamento de escolhas corretas, o rapaz foi ensinado a selecionar palavras escritas quando seus nomes eram ditados. Posteriormente, Sidman verificou que, além de aprender as relações palavra oral - palavra escrita diretamente ensinadas, o rapaz “generalizou” esse aprendizado e foi capaz de selecionar palavras escritas correspondentes às suas respectivas figuras, de selecionar figuras correspondentes a palavras escritas e de ler as palavras em voz alta (SIDMAN, 1971). Ou seja, a emergência de relações não ensinadas diretamente, implica um tipo de “comportamento novo” (isto é, que emerge sem nunca ter sido reforçado diretamente) e representa uma importante implicação para noção de “cognição” (PRADO, 2010, p. 275). Essa publicação de Sidman (1971) foi de importância ímpar para a Análise do Comportamento, alterando e ampliando o seu escopo teórico-metodológico e sua visão sobre o comportamento humano, pois abriu a possibilidade de desenvolvimento de uma análise comportamental da cognição (DE ROSE, 1993). Ademais, a pesquisa sobre a equivalência de estímulos foi sumamente importante ao lançar luzes sobre as questões do papel da linguagem na aquisição do conhecimento e do comportamento matemático, isto é, no debate “sobre se nossa capacidade para formar classes de equivalência é um processo comportamental básico que possibilita o desenvolvimento da linguagem” ou “se, ao contrário, a linguagem é que torna possíveis as relações de equivalência” (PRADO, 2010, p. 275).

O PARADIGMA DE EQUIVALÊNCIA E O CONCEITO DE NÚMERO

Na seção anterior enfatizamos que o papel do controle discriminativo no comportamento verbal implica, necessariamente, em mecanismos sensorio-perceptivos auditivos e visuais. O comportamento numérico ou matemático constitui-se, pois, de respostas verbais como, “dois”, “três”, “muitos”, “poucos”, “mais”, “menos”, “metade”, “o dobro” etc., sob controle de propriedades quantitativas ou numéricas de estímulos do ambiente. Em contrapartida, a palavra (linguagem) substitui propriedades quantitativas contínuas (volume, massa, comprimento etc.) ou discretas (números) de estímulos ou eventos, permitindo ao falante colocar o ouvinte em con-

tato com propriedades do ambiente, às quais ele pode não ter acesso num determinado momento (DE ROSE, 2010).

Nessa perspectiva, podemos dizer que “a compreensão numérica implica que nomes de números falados, numerais impressos e quantidades correspondentes de itens sejam tratados como equivalentes” (GREEN, 2010, p. 49), isto é, estímulos que se tornam substituíveis uns pelos outros por meio do estabelecimento de relações arbitrárias que formam “classes de estímulos equivalentes” (ROSSIT; GUALBERTO, 2010, p. 176; PRADO, 2010, p. 274). Uma vez que o comportamento numérico envolve relações arbitrárias de equivalência entre conceitos verbais e quantidades, e este termo refere-se a propriedades sensório-perceptivas de coleções de objetos, fica claro que a aquisição do conceito de número não depende somente da linguagem, mas também das capacidades sensório-perceptivas do indivíduo para discriminar coleções de objetos com base somente nos seus atributos numéricos, independente de sua nomeação ou rótulos verbais.

É nesse sentido que, em minha opinião, assim como na de outros autores, como Prado (2010), a Análise do Comportamento pode contribuir significativamente para esclarecer o papel da linguagem na formação do conceito de número, isto é, se o conceito de número é, de fato, determinado pela linguagem ou, ao contrário, depende fundamentalmente de capacidades não verbais como a discriminação sensório-perceptiva dos atributos numéricos (coleções) dos objetos.

Em 1993, Green publicou um trabalho (GREEN, 2010, p. 49) relatando uma pesquisa em que investigou a questão matemática-linguagem usando o procedimento MTS. Embora Green (2010, p. 49) assumisse que a compreensão numérica implica na equivalência entre nomes de números falados, numerais impressos e quantidades correspondentes de itens, ela investigou especificamente se a contagem realmente exercia um papel determinante na compreensão numérica. Seu estudo contou com a participação de dois jovens. Um de 15 anos, classificado como autista e com severos prejuízos linguísticos e outro de 13 anos, cuja idade mental foi estimada em três anos e um mês, apresentando prejuízos na compreensão e produção da linguagem. Ao serem pré-testados em todas as relações condicionais do experimento, Green observou que somente as relações entre nomes de números ditados (estímulos modelos) e os numerais im-

pressos de 1 a 6 (estímulos de comparação) apresentavam-se no repertório de ambos os alunos, embora Mike conseguisse emparelhar (relacionar) as quantidades um, dois e três a seus nomes ditados e numerais impressos. Então, os sujeitos foram treinados nas relações ditado-numeral e número ditado-conjunto, com os numerais e quantidades (conjuntos formados por pequenos círculos pretos sólidos arranjados em três padrões espaciais diferentes) de 1 a 6. Ao final do pós-teste os sujeitos apresentaram repertórios emergentes e generalizaram o treino para relações como oralizar os números na presença tanto dos respectivos numerais quanto dos conjuntos, bem como relacionar numerais a conjuntos e vice-versa mesmo quando usadas figuras diferentes das treinadas, tais como moedas, casas e cavalos. Green concluiu que uma vez que somente as relações entre nomes de números ditados e numerais impressos de 1 a 6 estavam no repertório desses jovens no pré-teste, “a contagem não pareceu ser necessária para a aprendizagem das equivalências número/quantidade.” (p. 63).

Empregando procedimentos semelhantes ao de Green (2010), Prado (2001) investigou a formação de relações de equivalência em crianças pré-escolares usando como estímulos numerais ditados e impressos e conjuntos numéricos (coleções de figuras) que variavam em disposição espacial, tamanho, forma e quantidade. Em contraste com o estudo de Green, cujos participantes não contavam, os pré-escolares de Prado (2001) já eram hábeis contadores desde seu ingresso na pesquisa, mas não se saíam tão bem com os numerais. Após ensinadas a nomear e a ordenar os numerais do menor para o maior, essas crianças exibiram relações entre numerais e conjuntos (entre outros desempenhos) durante os testes, mas não usaram a contagem em nenhuma dessas tarefas. Esses dados são consistentes com os achados de Green, bem como com a conclusão de que a contagem não parece imprescindível para a formação de equivalência numeral-quantidade.

Mix (1999, ver também PRADO et al., 2006), conduziu um estudo com 88 crianças de dois anos e meio a quatro anos e meio de idade, no qual administrou uma tarefa de equiparação de conjuntos (usando o procedimento MTS) e duas tarefas de contagem. Na primeira, os elementos eram dispostos linearmente, controlando-se o comprimento e a densidade das fileiras. Também foi manipulada a dimensão perceptivo-categorial dos

elementos, de modo que fosse possível observar sua influência sobre as respostas: em alguns casos, os elementos dos conjuntos modelo e de comparação eram os mesmos, em outros eram diferentes e, em outros ainda, os elementos diferiam entre si dentro dos conjuntos. Quanto às tarefas de contagem, em uma a criança respondia à pergunta “quantos são?” dado um conjunto de 10 itens dispostos linearmente. Em outra, denominada “dê um número”, a criança deveria separar, de um conjunto de 15 itens, uma quantidade de itens especificados pelo examinador. Resumidamente, Mix encontrou que a partir dos três anos e meio as crianças desempenharam significativamente acima do acaso na tarefa de equiparação de conjuntos, mesmo quando os elementos do conjunto modelo diferiam dos conjuntos de comparação, sugerindo abstração da dimensão numérica. A partir dos quatro anos e meio as crianças também desempenharam significativamente bem na equiparação de conjuntos, mesmo quando os elementos diferiam dentro dos conjuntos. Entretanto, vale ressaltar que as crianças mais velhas tiveram desempenhos superiores tanto nas tarefas de equiparação de conjuntos quanto nas tarefas de contagem, sendo que ambas as tarefas se correlacionaram positivamente.

Recentemente, Prado et al. (2006) conduziram um estudo com 17 crianças com idade entre quatro anos e oito meses e seis anos e cinco meses usando as mesmas tarefas ministradas por Mix (1999), com algumas diferenças. Na tarefa de equiparação de conjuntos, os elementos do conjunto modelo sempre foram iguais aos dos conjuntos de comparação, sendo sua distribuição espacial aleatória. Outra diferença foi que Prado et al. (2006) usaram quantidades de 5 a 8 para evitar escolhas por subitização² (SPELKE, 2003; HAUSER; SPELKE, 2004; veja ANDRADE, 2006a, 2006b). A habilidade de contagem foi analisada por meio de duas tarefas. Na de “contagem de conjuntos totais” a criança tinha de contar as figuras e dizer quantas eram (aplicação da regra de cardinalidade). Na tarefa de “contagem de subconjuntos”, a criança tinha de separar, de um conjunto de 17 figuras, um número de (5 a 8) elementos indicados. Nos próximos parágrafos apresentaremos algumas observações a respeito da tarefa “conta-

² O termo *subitização* tem sido empregado para se referir à apreensão numérica súbita, pré-atencional e inconsciente, de numerosidades de 1 a 3 ou 4 elementos, sem o emprego da contagem. Essa capacidade tem sido amplamente demonstrada em adultos e bebês humanos, bem como em animais não humanos.

gem de subconjuntos” utilizada por Prado et al. (2006), em função de sua importância para a interpretação que faremos de seus resultados.

Separar corretamente subconjuntos de um conjunto maior de acordo com um número determinado pelo experimentador (contagem de subconjuntos) é uma medida específica da habilidade de contagem porque requer o domínio dos três princípios básicos da contagem: a) a correspondência um-a-um ou biunívoca (cada palavra-número deve corresponder a somente um objeto da coleção); b) a ordem estável ou sequência invariável das palavras-número; c) a regra da cardinalidade, em que a última palavra da contagem determina a quantidade de elementos do conjunto. A tarefa “contagem de subconjuntos” é necessária numa investigação como essa porque a resposta correta à pergunta “quantos têm?”, na tarefa “contagem de conjuntos totais”, nem sempre indica necessariamente que a criança usou um procedimento correto de contagem, nem que ela realmente possui o conceito de cardinalidade. Fuson (1988) mostrou que quando as crianças novas começam a contar pela primeira vez, o final da contagem não possui necessariamente um significado cardinal, pois pode ser simplesmente uma imitação da atividade sociocultural da contagem. Ao serem perguntadas sobre “quantos há?”, após a sua contagem, muitas delas recontam e continuam a recontar cada vez que recebem a mesma pergunta; muitas crianças que respondem à pergunta “quantos há?” simplesmente dão o último número da contagem como resposta mesmo quando sua contagem é muito incorreta (repetindo e/ou pulando números) e o último número falado não corresponde à cardinalidade correta. Este comportamento sugere que a criança simplesmente construiu uma espécie de “regra da última palavra”.

No estudo de Prado et al. (2006), a tarefa principal na medição das habilidades numéricas é a equiparação de conjuntos, a qual apresenta um maior grau de complexidade comparada às duas tarefas de contagem, porque a criança tem de contar os elementos de ambos os conjuntos, modelo e de comparação, na mesma tarefa e guardar os resultados na memória de trabalho verbal para decidir se a quantidade era a mesma ou não. Consistentemente com os estudos anteriores de Green (2010) e Mix (1999), algumas crianças do estudo de Prado et al. (2006) não recorreram consistentemente à contagem, mas ainda assim apresentaram escores elevados de escolha da alternativa correta na equiparação de conjuntos.

Adicionalmente, Prado e seus colegas não encontraram correlação significativa entre nenhuma das tarefas de contagem (de conjuntos totais e de subconjuntos) e a de equiparação de conjuntos. Além disso, esta ausência de correlação entre as habilidades de contagem e o desempenho na tarefa de equiparação de conjuntos não pode ser explicada pela idade, uma vez que não houve correlação entre a idade das crianças nem com a contagem de subconjuntos, nem tampouco com a equiparação de conjuntos.

Entretanto esses resultados encontrados por Prado et al. (2006) não significam que a contagem não tenha importância nas habilidades numéricas, uma vez que a performance na contagem dentro das tarefas de contagem de conjuntos totais e equiparação de conjuntos (isto é, como um componente indispensável à sua realização) se correlacionou com o desempenho nessas tarefas. Em outras palavras, Prado et al. (2006) obtiveram uma correlação muito significativa entre o contar e o dizer quantos na tarefa de conjuntos totais, assim como correlações muito significantes entre as contagens do conjunto modelo e o de comparação, tanto entre si quanto de ambas com a escolha do estímulo de comparação correto. Ademais, observou-se que as crianças que não se utilizaram da contagem na escolha do conjunto de comparação apresentaram, em geral, escores mais baixos do que aquelas que contaram.

IMPLICAÇÕES TEÓRICO-EMPÍRICAS DOS ACHADOS COM O PARADIGMA DA EQUIVALÊNCIA

Indivíduos com sérios prejuízos na linguagem são capazes de generalizar o treino nas relações ditado-numeral e número ditado-conjunto com quantidades de 1 a 6, e pronunciar o número correto na presença de distintos arranjos numéricos de 1 a 6, sem uso dos recursos da contagem (GREEN, 2010). Crianças ainda em idade pré-escolar e tão novas quanto três anos de idade já são capazes de discriminar aspectos genuinamente numéricos do ambiente e identificar, discriminar e fazer relações simbólicas com numerosidades até 4 ou 5 elementos, muito anteriormente à aquisição plena das habilidades de contagem (MIX, 1999; PRADO et al., 2006). Por outro lado, as operações numéricas envolvendo numerosidades não subitizáveis, acima de quatro elementos, parecem depender crucial-

mente da contagem (PRADO, 2010; veja ANDRADE 2006a). Os estudos de Fuson (1988) e Wynn (1990; 1992b) mostraram inequivocamente que crianças de três a cinco anos já são capazes de contar e aplicar os princípios básicos da contagem a arranjos numéricos pequenos até quatro elementos.

Essas evidências apontam no sentido oposto à reivindicação de Vygotsky de que a linguagem é que dá origem aos conceitos, incluindo o conceito de número, e à de Piaget de que o conceito de número é resultante de um longo processo de desenvolvimento que culmina com a síntese da classificação e seriação por volta dos seis ou sete anos de idade. Entretanto, os estudos analítico-comportamentais aqui reportados convergem parcialmente para a noção piagetiana ao mostrarem que o conceito inicial de número se baseia primordialmente em processos sensorio-perceptivos e, ao mesmo tempo, suportam, também parcialmente, a visão vygotskyana ao mostrarem que as habilidades numéricas mais sofisticadas dependem de recursos linguísticos, a começar pela contagem e estendendo-se à simbologia matemática.

Portanto, as evidências convergem para a noção de que o comportamento matemático não deve ser visto essencialmente como comportamento verbal, mas sim como um comportamento complexo que depende tanto de mecanismos sensorio-perceptivos não verbais para o processamento dos aspectos numéricos do ambiente, quanto de mecanismos verbais da contagem. Essa noção que aqui propomos é consistente com a noção de que o conceito de número é apenas um aspecto da formação de conceitos em geral, que depende de dois processos comportamentais básicos: a discriminação e a generalização (DRACHENBERG, 2010; KELLER; SCHOENFELD, 1974; MAGALHÃES; GALVÃO, 2010).

Nesse sentido, a definição de De Rose (2010, p. 7), segundo a qual o comportamento matemático é um tipo especialmente complexo de comportamento verbal discriminativamente controlado por aspectos quantitativos e numéricos do ambiente, se aplica adequadamente somente a um aspecto do comportamento matemático, qual seja, o seu componente verbal, de modo que o termo “comportamento matemático” deveria, neste caso, ser substituído pelo termo “comportamento verbal matemático” — a linguagem matemática que começa nas palavras-número e nos princípios da contagem. Uma vez que o comportamento matemático a que se refere De Rose (2010) é controlado por um componente não verbal, mais especi-

ficamente pelos processos sensório-perceptivos subjacentes à discriminação dos aspectos numéricos do ambiente, esse componente sensório-perceptivo antecede o comportamento verbal relacionado à matemática e, portanto, deve ser visto como o ponto de partida fundamental do comportamento matemático. Em outras palavras, para aprendermos a dar as respostas verbais corretas a arranjos numéricos distintos, como dizer “dois” diante de um arranjo de dois elementos e “três” diante de um arranjo de três elementos, antes de tudo precisamos ser capazes de perceber e discriminar os atributos sensório-perceptivos numéricos desses estímulos; por outro lado, para dar a resposta verbal correta a arranjos numéricos grandes, além da percepção numérica necessitamos também da contagem.

As investigações mais recentes da psicologia cognitiva e da neuropsicologia e neurociência cognitiva são altamente consistentes com os achados empíricos da análise do comportamento aqui reportados. Hoje há um crescente consenso de que as representações numéricas nos adultos e o pensamento matemático culturalmente construído dependem da interação entre um senso inato de magnitudes numéricas, chamado de “senso numérico” (DEHAENE, 1997), presente em bebês desde tenra idade (DEHAENE, DEHAENE-LAMBERTZ, COHEN, 1998; para uma revisão em português veja ANDRADE, 2006a, 2006b), com a linguagem (WYNN, 1992a; CAREY, 2004; GELMAN; BUTTERWORTH, 2005; SPELKE, 2003; ANDRADE, 2006a). O senso numérico hoje é visto como constituído de dois mecanismos não verbais de percepção genuinamente numérica, um sistema exato para numerosidades pequenas ou subitizáveis, até quatro elementos e um sistema aproximado para numerosidades maiores (CAREY, 2004; FEIGENSON, DEHAENE; SPELKE, 2004).

É sobre essas concepções baseadas nas mais recentes e modernas investigações empíricas sobre a natureza dos sistemas cognitivos subjacentes ao comportamento numérico, as quais são prevalentes na atual psicologia experimental, que vamos nos debruçar nas próximas sessões.

PARADIGMAS TEÓRICO-EMPÍRICOS DA PSICOLOGIA E NEUROCIÊNCIA COGNITIVAS

Conforme exposto em citação anterior, Piaget comparou o primeiro ano de vida a um abismo de mistérios, sendo a observação do com-

portamento do bebê o meio para a descoberta do que se passa em sua mente. A moderna psicologia experimental vem, pois, trabalhando há décadas para descobrir, pelo menos em parte, o que acontece na mente dos bebês através do estudo detalhado e controlado de seu comportamento.

Desde meados da década de 60 sabe-se da existência do “reflexo de orientação” (FANTZ, 1964): a resposta de olhar preferencialmente para estímulos novos do que para estímulos familiares, observada em bebês humanos e, portanto, considerada inata. O olhar preferencial é o que fundamenta o *procedimento de habituação-desabituação*. Inicialmente, mostra-se um determinado estímulo (como uma foto, boneco etc.) repetidas vezes ao bebê, até que ele fique literalmente entediado, o que será indicado por uma sensível diminuição de seu tempo de olhar. Quando isso ocorre, diz-se que houve “habituação”. Um novo estímulo é então apresentado, no qual há diferenças em relação o anterior, tais como forma, cor, quantidade etc. Se o bebê olhar mais tempo para o estímulo novo, significa que houve “desabituação”, ou seja, ele discriminou as diferenças. A manipulação de atributos ou dimensões diversas de estímulo possibilita avaliar se o bebê é ou não capaz de discriminá-los. Graças ao método de habituação e outras novas técnicas de investigação, as três últimas décadas têm presenciado evidências notáveis de capacidades muito precoces até mesmo em neonatos. Hoje sabemos que os bebês possuem uma percepção muito precoce de numerosidade (WYNN, 1992a; HAUSER; SPELKE, 2004), do comportamento dos objetos no espaço e do próprio espaço (SPELKE, 2003), bem como dos sons linguísticos (KUHL, 2004) e de padrões musicais (ANDRADE, 2004) (para uma revisão veja ANDRADE; PRADO, 2003; ANDRADE 2006a, 2006b; PRADO, 2010).

O ESTUDO CLÁSSICO DE KAREN WYNN: A ARITMÉTICA DOS BEBÊS

Em 1992, Karen Wynn publicou o relato de um dos mais importantes experimentos sobre a numerosidade em bebês. Ela usou o procedimento de habituação, com modificações, em que bebês de cinco meses de idade viam um ou dois bonecos expostos num palco de fantoches. (WYNN, 1992a). Depois, um anteparo se levantava cobrindo parcialmente a cena. Um boneco era introduzido ou removido, sempre de modo bem visível à

criança, contudo, permanecendo oculto o resultado da adição ou subtração. Finalmente, o anteparo era baixado, revelando resultados corretos (por exemplo: $2 + 1 = 3$; $2 - 1 = 1$) ou incorretos ($1 + 1 = 1$; $2 - 1 = 2$). Para produzir resultados incorretos, um experimentador escondido atrás do palco retirava um boneco por um fundo falso. Assim, os testes de adição e subtração de Wynn sempre consistiam de um par de eventos numéricos, havendo dois tipos de par: o par correto (operação $\rightarrow$ resultado correto) e o par incorreto (operação $\rightarrow$ resultado incorreto). Assim, cada operação (adição ou subtração) foi testada sempre alternando um par correto com um incorreto (ou vice-versa), repetindo-se três vezes cada par, de modo a perfazer um total de seis pares de eventos numéricos para cada operação. Note que os bebês assistiam somente a dois resultados diferentes. Os bebês olharam por mais tempo para os resultados “incorretos”, com uma diferença estatisticamente significativa ao longo de todos os blocos de teste tanto no começo quanto no fim do experimento. Porém, os bebês falharam com arranjos numéricos acima de três objetos, tais como *2 versus 4*, *3 versus 4* e *3 versus 6*.

O ESTUDO CLÁSSICO DE COHEN E MARKS: FALSEANDO O ESTUDO DE WYNN

Alguns pesquisadores levantaram a possibilidade de que, em vez de estarem discriminando os arranjos com base na numerosidade, os bebês poderiam estar simplesmente esboçando uma preferência pela familiaridade sensorio-perceptiva geral dos arranjos acoplada a uma preferência para olhar para onde há mais objetos (COHEN; MARKS, 2002). A discussão desse estudo é importante, mesmo ao custo de alongar um pouco mais o capítulo, pois ele consiste no principal, senão o único, estudo empírico de que temos conhecimento, que se dedicou a falsear, de forma elegante e interessante os resultados de Wynn (1992a).

No primeiro experimento de Cohen e Marks (2002), bebês de cinco meses de idade viram uma série de somente dois tipos de operações, “ $1 + 1$ ” e “ $2 - 1$ ”. Mas, diferentemente do estudo de Wynn (1992b), em que os bebês viam uma alternância de somente dois tipos de resultados diferentes (correto ou incorreto) para cada operação, os bebês de Cohen e Marks (2002) viam quatro resultados diferentes (isto é, a apresentação de 0, 1, 2 ou 3 objetos) para cada operação em duas repetições de cada re-

sultado (diferentemente de Wynn, 1992, em que cada resultado tinha três repetições) perfazendo, assim, um total de oito pares de eventos numéricos e, portanto, seis incorretos e apenas dois corretos. Apesar dessas diferenças metodológicas, os bebês ainda mostraram o mesmo padrão de resultados obtidos por Wynn (1992a) – olhar por mais tempo para o resultado incorreto 1 no grupo da adição “ $1 + 1$ ” e para o 2 no grupo da subtração “ $2 - 1$ ” no primeiro bloco de testes. Entretanto, não mostraram preferência pelo resultado incorreto 3 em todos os blocos. Em suma, ao longo de todo o primeiro experimento os bebês de Cohen e Marks (2002) olharam por mais tempo, não para todos os resultados incorretos, mas preferiram os resultados de exibição idêntica à exibição inicial (i.e. a um objeto na série “ $1 + 1$ ”, a dois objetos na série “ $2 - 1$ ”) em lugar dos resultados diferentes da apresentação inicial. Portanto, Cohen e Marks (2002) argumentaram que o maior tempo do olhar aos resultados aritméticos incorretos no experimento de Wynn (1992a) poderia ser explicado pela preferência pela familiaridade da apresentação inicial. Num terceiro experimento, Cohen e Marks (2002) mostraram aos bebês eventos de “mudança de número”, mas sem nenhuma operação aritmética, nos quais os bebês viam tanto um quanto dois objetos serem escondidos por uma tela, cuja remoção alguns segundos depois podia revelar 0, ou 1, 2 ou 3 itens. Aqui, os bebês novamente olharam por mais tempo para o resultado possível, no qual o número revelado era o mesmo que o do *display* inicial, do que eles olharam para o número (impossivelmente) mudado.

Entretanto, a hipótese da familiaridade levantada com base nesses dois experimentos de Cohen e Marks (2002) não explica porque os bebês de Wynn (1992a) também olharam por mais tempo para o resultado incorreto 3, após a operação “ $1 + 1$ ”, além do resultado incorreto 1. Num segundo experimento, Cohen e Marks (2002) tentaram mostrar que a preferência por 3 após a operação “ $1 + 1$ ” poderia ser explicada pela preferência por arranjos maiores e apresentaram diferentes arranjos de 0, 1, 2 ou 3 itens sem qualquer operação aritmética prévia para os bebês simplesmente olharem para eles. Entretanto, no primeiro bloco os bebês olharam por mais tempo para 2 do que para 3 itens e a tendência de olharem mais tempo para arranjos maiores começou a ocorrer somente no segundo bloco de tentativas. Mas, ainda assim, Cohen e Marks usaram os

dados deste segundo experimento como evidência de que na adição “1 + 1” do estudo de Wynn (1992a) os bebês olharam por mais tempo para o resultado incorreto 3 do que no resultado correto devido a uma preferência para números maiores e não porque tinham gerado uma expectativa de que o resultado seria 2.

De fato, a hipótese da preferência por quantidades maiores cai por terra se levarmos em conta, primeiramente, que no experimento 1 de Cohen e Marks (2002), os bebês não olharam significativamente por mais tempo o par incorreto “1 + 1 = 3” do que para o par correto “1 + 1 = 2” e, em segundo lugar, que a preferência por números maiores no segundo não emergiu antes de suas quatro primeiras tentativas.

Cohen e Marks (2002) tinham uma hipótese dual, qual seja, a de que dois fatores não numéricos, a saber, a preferência pela familiaridade e pelos arranjos maiores, poderiam explicar os resultados de Wynn (1992a). Contudo, além de os seus resultados não serem satisfatoriamente consistentes com ela, eles também não conseguiram demonstrar que as operações de adição e subtração não fazem diferença no paradigma padrão, em que há somente dois resultados ao invés de quatro (CAREY, 2002). Em outras palavras, além de por um lado Cohen e Marks (2002) não terem produzido evidências consistentes com sua hipótese dual, por outro eles também não replicaram os resultados de Wynn (1992a) em razão do tipo de manipulação que introduziram em importantes parâmetros experimentais, conforme descrito acima.

De fato, Cohen e Marks empregaram desvios metodológicos significativos com relação ao estudo original de Wynn (1992b). A autora argumenta (WYNN, 2002) que o método utilizado por Cohen e Marks não representa o paradigma experimental padrão de “violação de expectativa”, no qual equilibram-se os resultados corretos e incorretos, mas sim um paradigma no qual, além do excesso de resultados diferentes – e, portanto, um excesso de escolhas possíveis – há um grande desequilíbrio entre eventos impossíveis e possíveis, com 75% das tentativas representando resultados impossíveis, em contraste com o experimento de Wynn (1992a), em que houve 50% de eventos possíveis e 50% de impossíveis. Essas diferenças podem introduzir vieses, pois a sobrecarga de informações com um excesso de possibilidades de escolha pode aumentar a demanda

de atenção dos bebês para características perceptivas superficiais, em detrimento das diferenças conceituais, cuja detecção requer processos inferenciais (WYNN, 2002; CAREY, 2002). Além do excesso de informações fornecidas, o delineamento experimental de Cohen e Marks (2002) apresenta de modo desequilibrado os eventos impossíveis e os possíveis – 75% e 25%, respectivamente – o que, somado aos outros fatores apontados, pode levar os bebês a aprenderem rapidamente a “esperar o inesperado”, ou que qualquer resultado é “possível” nesse contexto experimental (WYNN, 2002, p. 208).

Para finalizar, cabe destacar que as descobertas de Wynn (1992a) geraram muitas replicações e extensões importantes, bem como novos paradigmas experimentais, cujos resultados descartam definitivamente a hipótese opcional da preferência pela familiaridade.

EVIDÊNCIAS DO SENSO NUMÉRICO EM BEBÊS E DE SUA NATUREZA SUPRAMODAL

O desenvolvimento de novas técnicas experimentais tem possibilitado a produção de abundantes evidências sobre a representação mental de objetos ocultos (noção de permanência do objeto) e seus atributos numéricos em bebês pré-verbais, as quais incluem recursos para o controle de eventuais efeitos de preferência pela familiaridade sensório-perceptiva. Vejamos alguns exemplos.

Simon, Hespos e Rochat (1995) mostraram que bebês podem responder a transformações numéricas de objetos na tarefa de Wynn (1992a), mesmo quando as características desses objetos são modificadas atrás do anteparo, portanto, fora de suas vistas, por exemplo, a substituição de um boneco por outro diferente. Isso mostra que os bebês se basearam nas diferenças numéricas e não em outras propriedades como forma, cor, etc.

Koechlin, Dehaene e Mehler (1997) replicaram os mesmos resultados de Wynn (1992a) mostrando que os bebês respondiam ao número mesmo quando os objetos ocluídos se moviam em uma base giratória, tornando sua localização variável e imprevisível, indicando, assim, que os bebês responderam às diferenças numéricas e não à localização dos objetos e, conseqüentemente, não à familiaridade sensório-perceptiva.

Aguiar e Baillargeon (1999) realizaram um estudo com palcos separados, no qual as preferências por familiaridade foram totalmente controladas e ainda assim bebês de apenas dois meses e meio distinguiram entre eventos com um e dois objetos e olharam mais tempo para resultados incorretos e não para os arranjos perceptivos familiares. Da mesma forma, bebês de seis a oito meses de idade distinguem a numerosidade não somente de objetos, mas também de eventos ou ações, como a mudança no número de saltos de um fantoche (WYNN, 1996). Portanto, a discriminação dos atributos numéricos de eventos ou ações é de difícil conciliação com a hipótese de preferência pela familiaridade, de Cohen e Marks (2002).

Os bebês também são sensíveis à numerosidade contida nas informações auditivas e, mais do que isso, são capazes de integrar informações numéricas nas modalidades visual e auditiva. Starkey, Spelke e Gelman (1990) mostraram a bebês slides com 2 ou 3 objetos simultaneamente a 2 ou 3 sons de batidas em tambor. Ao ouvirem duas batidas os bebês olham por mais tempo para o slide com 2 objetos e, da mesma forma, ao ouvirem 3 batidas eles olham por mais tempo para os slides contendo 3 objetos. Conclui-se que bebês de seis a oito meses podem parear objetos e sons e relacionarem a numerosidade contida em informações de modalidades sensoriais diferentes. Mais recentemente, Kobayashi et al. (2004) replicaram as operações de Wynn (1992a) envolvendo objetos acústicos e visuais. Bebês de cinco meses entendem que a adição de 1 objeto visual + 1 tom é igual a 2 objetos (ou eventos) e, da mesma forma, esperam que 1 objeto visual + 2 tons é igual a 3 objetos, bem como 2 objetos visuais + 1 tom também é igual a 3 objetos. A capacidade de reconhecer operações aritméticas básicas com estímulos de diferentes modalidades sensoriais indica fortemente que esta capacidade numérica não é o reflexo de uma simples tendência de preferir arranjos sensoriais e perceptivos gerais familiares ou mais complexos e, além disso, também indica que a percepção numérica é de natureza supramodal.

Huntley-Fenner, Carey e Solimando (2002) empregaram o mesmo procedimento de Wynn (1992a), com modificações. Foram usados três tipos de estímulos: dois objetos coesos, sendo um rígido e outro flexível (uma substância gelatinosa) e areia (objeto não coeso). Os objetos coesos foram confeccionados de modo a terem a mesma aparência de uma porção

de areia. As crianças puderam manipular todos os estímulos antes do início da fase de testes. Após a manipulação dos estímulos experimentais pelas crianças, eles foram mostrados a elas sendo introduzidos no palco. A introdução foi feita de cima para baixo, com uma pausa a meio caminho. O objeto rígido foi introduzido pendurado por um barbante, o flexível pela mão de um experimentador e a areia foi despejada a partir de um recipiente transparente. Na fase de testes, finalmente, a introdução de um objeto ou porção de areia somava-se ao que já estava inicialmente presente no palco, de modo semelhante à descrição do experimento de Wynn (1992a). O resultado dessa operação de soma podia ser possível ou impossível. Os resultados impossíveis consistiam da manutenção numérica dos estímulos inicialmente presentes no palco, cena com a qual a criança já havia sido familiarizada. De acordo com a hipótese da familiaridade, de Cohen e Marks (2002), os bebês deveriam olhar mais tempo para os resultados incorretos, fosse a operação feita com objetos coesos ou com areia. No entanto, os resultados da pesquisa revelaram que os bebês olharam consistentemente por mais tempo para os resultados impossíveis nas adições de objetos coesos, mas não para os eventos impossíveis com porções de areia. Isso mostra, de maneira contundente, que esse comportamento não reflete uma preferência pela familiaridade, mas antes, muito provavelmente pela numerosidade.

Um fato importante no estudo de Huntley-Fenner, Carey e Solimando (2002) é que os bebês falharam em representar uma porção de areia como um indivíduo particular que possa ser rastreado no tempo e no espaço. Mas eles foram bem-sucedidos com objetos coesos. De fato a coesão é usada por todas as culturas para distinguir não somente entre objetos individuais e coleções de objetos, mas também para distinguir objetos de substâncias não coesas ou não sólidas, como areia e água. Essa distinção se reflete nos sistemas nominais de muitas línguas do mundo, marcando a distinção entre entidades que podem ser diretamente contadas de entidades não contáveis (HUNTLEY-FENNER; CAREY; SOLIMANDO, 2002). Por exemplo, nós podemos dizer: “três cães”, porque o substantivo “cão” se refere a um objeto individual e coeso e, portanto, contável. Mas não podemos dizer: “uma areia” ou “três águas”, a não ser que estes “nomes de massa” sejam acompanhados de palavras de medida ou classificadoras,

tais como “dois montes de areia” ou “dois copos d’água” (CAREY, 1997; HUNTLEY-FENNER; CAREY; SOLIMANDO, 2002).

De fato, os adultos parecem construir naturalmente o conceito de que materiais como areia e água não são indivíduos ou entidades não-individuadas. Carey (1997) nota que todas as línguas marcam a distinção gramatical entre objetos individuáveis e objetos não individuáveis, apesar da variação entre as línguas quanto às entidades contempladas por essa distinção gramatical. Por exemplo, há línguas que individuam somente pessoas, línguas que individuam também animais e objetos inanimados e línguas, como a portuguesa e a inglesa, que incluem na sua individuação quaisquer estruturas complexas que possam ser rastreadas no tempo e no espaço como um todo coeso e coerente, bem como entidades abstratas (como um “cochilo” ou “uma opinião”) (CAREY, 1997).

Portanto, a pesquisa sobre as capacidades numéricas em bebês ainda muito novos revela a permanência do objeto muito antes do que previa a teoria piagetiana. Além disso, estes estudos mostram claramente que objetos coesos possuem um *status* privilegiado em relação aos objetos não coesos em um sistema neurocomputacional capaz de estabelecer representações de indivíduos (individuação) e de seu rastreamento no tempo e no espaço que parece ser, de fato, inato.

O PROCEDIMENTO DE BUSCA MANUAL POR OBJETOS

Evidências muito contundentes sobre a natureza genuinamente numérica das respostas dos bebês de Wynn (1992) também provêm de estudos recentes usando um procedimento não baseado na habituação, mas sim na busca manual pelos objetos.

À mesma época de Wynn (1992), Starkey (1992) desenvolveu um método no qual crianças de um a quatro anos viram bolas de tênis sendo colocadas em uma caixa opaca e, depois, viram os experimentadores acrescentarem ou retirarem de uma a três bolas da caixa. Ao serem instadas a retirarem as bolas após as operações de adição ou subtração, as crianças de um ano e meio a dois anos procuravam pelo número correto de bolas até a quantidade 4, demonstrando uma compreensão dessas operações numéricas ainda em fase pré-verbal.

Esse método de busca manual foi mais recentemente adaptado para crianças de oito a 12 meses (VAN DE WALLE; CAREY; PREVOR, 2000; FEIGENSON; CAREY, 2003). O procedimento de “olhar preferencial” constitui-se numa tarefa de reconhecimento, em que um evento visual anterior é comparado com um atual. Ele fornece uma medida indireta sobre “quantos objetos o bebê acha que tem naquele evento”. Em contraste, a busca manual é uma tarefa com maiores demandas de memória de trabalho, uma vez que não há comparação e exige a manutenção da representação dos objetos por 10 a 20 segundos, fornecendo, portanto, uma evidência direta da busca por um objeto que está na mente do bebê (VAN DE WALLE; CAREY; PREVOR, 2000). A busca manual por objetos escondidos tem produzido resultados semelhantes e até mais contundentes que os do paradigma do “olhar preferencial”, revelando que, de fato, os mecanismos cognitivos envolvidos em ambos os métodos são os mesmos. Ao verem um experimentador esconder uma bolacha num balde opaco à esquerda e, depois, esconder sucessivamente $1 + 1 = 2$ bolachas no balde à direita, bebês de 10 a 12 meses procuram o balde com a maior quantidade. Eles fazem o mesmo com relação a arranjos de 1 versus 3, 2 versus 3, mas falham ao comparar 2 versus 4, 3 versus 4 e 3 versus 6 (FEIGENSON; CAREY; HAUSER, 2002). Entretanto, além da numerosidade *per se*, este sistema numérico exato também computa as propriedades contínuas de pequenas coleções subitizáveis. No mesmo estudo com biscoitos realizado por Feigenson, Carey e Hauser (2002), quando os experimentadores colocaram um biscoito com o dobro do tamanho num balde e dois biscoitos menores no outro balde, cuja soma das áreas era a metade do biscoito grande, os bebês escolheram o balde com o biscoito maior e não o balde com os dois biscoitos menores, baseando sua escolha, portanto, em informações quantitativas contínuas e não-numéricas dos objetos. Estudos posteriores com o paradigma do alcance manual mostraram definitivamente que quando essas variáveis contínuas são totalmente controladas, de forma a criar coleções subitizáveis numericamente diferentes, mas mantendo-se constante a área dos objetos escondidos, os bebês sempre baseiam suas buscas no número (FEIGENSON; CAREY, 2003).

SENSE NUMÉRICO: DOIS SISTEMAS DISTINTOS, O EXATO E O APROXIMADO

Juntas, as abordagens de habituação (WYNN, 1992a; CAREY, 2002) e do alcance manual dos objetos (VAN DE WALLE; CAREY; PREVOR, 2000; FEIGENSON; CAREY, 2003) revelam que o comportamento numérico dos bebês é sólido e não apenas baseado nas propriedades visuais contínuas e não-numéricas dos estímulos e que os bebês, de fato, além de rastrear mentalmente os objetos também podem representar as propriedades genuinamente numéricas dos estímulos. O comportamento numérico dos bebês apresenta algumas características típicas, isto é, assinaturas comportamentais que aparecem independentemente do método experimental usado.

Entretanto, também ficou claro que a representação numérica súbita, sem o recurso à contagem, é limitada a pequenas quantidades também denominadas quantidades subitizáveis (STARKEY; COOPER, 1980), que vão até três ou quatro objetos (MANDLER; SHEBO, 1982; TRICK; PYLYSHYN, 1994) e que este sistema numérico exato ou “subitizador” evoluiu não somente para o rastreamento preciso de um pequeno número de indivíduos, mas também para a representação de informações sobre suas propriedades quantitativas contínuas, como tamanho. É fácil entender a evolução biológica dessas capacidades se compreendermos que um predador, por exemplo, necessita saber não só o número de indivíduos no grupo que ele pretende atacar, mas também se a presa alvo é a menor e, portanto, a mais fácil de ser abatida entre os outros membros do grupo.

Por outro lado, há muito tempo sustenta-se que há um sistema numérico puro que permite a representação numérica aproximada de grandes coleções. Ele está presente em animais e bebês humanos (DEHAENE, 1997). Experimentos recentes com o paradigma da habituação que controlam totalmente as informações de quantidades contínuas e não numéricas, revelam que bebês de seis meses de idade discriminam numerosidades superiores a três, diferindo na razão 1:2, tais como 8 e 16, 16 e 32 pontos, mas falham quando as razões são menores, como, por exemplo, de 1:1,5; como 8 e 12, ou 16 e 24 pontos. Portanto, essas representações para numerosidades maiores, as únicas exclusivamente numéricas, são sempre aproximadas, mas sua precisão aumenta com o desenvolvimento. Assim, a razão entre as coleções tem um limite mínimo de 1:2 nos bebês de seis meses, de 1:1,5

em bebês de 10 meses (LIPTON; SPELKE, 2003; XU; SPELKE, 2000) e pode ser tão próxima quanto 7:8 em adultos (BARTH; KANWISHER; SPELKE, 2003). E assim como na subitização, as representações numéricas aproximadas não se restringem à modalidade visual, mas se estendem para sequências de eventos temporalmente distintos, como sons, ainda assim mantendo as mesmas assinaturas comportamentais observadas em tarefas com estímulos visuais, isto é, com os padrões de sucesso e falhas relacionadas à razão entre as coleções (LIPTON; SPELKE 2004).

Em suma, hoje sabemos que primatas não-humanos, bebês e adultos humanos possuem dois sistemas numéricos de natureza supramodal, sensíveis tanto a conjuntos de objetos quanto a eventos temporalmente espaçados, como saltos de um fantoche (DEHAENE; DEHAENE-LAMBERTZ; COHEN, 1998; HAUSER et al., 2003; HAUSER; SPELKE, 2004; FEIGENSON; DEHAENE; SPELKE, 2004). Um é o sistema numérico exato até a quantidade de três objetos, o qual, entretanto, também computa variáveis contínuas. Este é o chamado sistema “subitizador” ou de rastreamento de objetos (TRICK; PYLYSHYN, 1994). Ele serve para rastrear indivíduos no espaço e no tempo, mas não parece ter evoluído especificamente para enumerar objetos ou realizar comparações numéricas. E embora macacos e humanos possam usá-lo para representar objetos como indivíduos, não o usam especificamente para representá-los como grupos com valor cardinal (XU; SPELKE; GODDARD, 2005). O outro, o sistema numérico aproximado para quantidades maiores que três, tem se revelado, de fato, como especificamente numérico, ou seja, é imune às variáveis não numéricas.

Experimentos com animais usando procedimentos semelhantes aos aqui reportados revelaram que pequenos primatas possuem as mesmas capacidades numéricas com as mesmas “assinaturas comportamentais” observadas em bebês e adultos humanos (HAUSER et al., 2003). Interessante. Embora as habilidades numéricas espontâneas em macacos sem treinamento proporcionem respostas mais lentas na discriminação numérica aproximada do que em macacos treinados, ainda assim eles são capazes de discriminar coleções com proporções entre 1,25 e 1,5 (HAUSER et al., 2003), superando em muito bebês de seis meses estudados em contextos experimentais com métodos e arranjos de estímulos muito similares (LIPTON; SPELKE, 2003).

Outras investigações psicológicas recentes sobre a cognição numérica demonstram que as representações numéricas e o pensamento matemático culturalmente construído dependem, em parte, de um senso aproximado de magnitudes numéricas, ou seja, um “senso numérico” de natureza não verbal (DEHAENE, 1997; GALLISTEL; GELMAN, 1992). Mesmo impedidos de contar, adultos mantêm-se aptos a determinar a quantidade exata de pequenas quantidades (subitizáveis), mas somente a quantidade aproximada de grandes numerosidades (não subitizáveis) (CORDES et al., 2001). E mesmo quando os números são expressos simbolicamente por algarismos especificando a quantidade exata, ainda assim esses símbolos evocam um senso numérico aproximado, com o qual raciocinamos quando comparamos números ou fazemos subtrações ou somas de números muito grandes (DEHAENE, 1997). É por isso que os adultos são mais rápidos em dizer qual o maior de dois números distantes (por exemplo, 9 e 5) do que de dois números próximos (como 5 e 6) (DEHAENE; DUPOUX; MEHLER, 1990), bem como mais rápidos em rejeitar respostas erradas de problemas aritméticos quando o número incorreto é muito distante do correto (PINEL et al., 2001).

Resultados de estudos antropológicos convergem na mesma direção das evidências psicológicas. Culturas indígenas da Amazônia, como as dos povos Pirahã e Mundurucu possuem sistemas de contagem de tipo “um, dois, muitos”, no primeiro caso e, no segundo, palavras-número até o equivalente a “cinco”. Isso limita sua habilidade para determinar com exatidão o valor de conjuntos com numerosidades superiores a três ou cinco num e noutro caso, respectivamente (Pica et al., 2004). Entretanto, ambos os povos possuem habilidades de quantificação não verbal, isto é, sem contagem. Uma exata para pequenas quantidades e outra aproximada para grandes quantidades, as quais parecem se originar dos mesmos mecanismos cognitivos subjacentes às mesmas habilidades já constatadas em animais e bebês humanos (GELMAN; BUTTERWORTH, 2005; HAUSER; SPELKE, 2004; SPELKE, 2003).

Juntas, as evidências antropológicas, psicológicas e desenvolvimentais apontam para a universalidade dos dois sistemas numéricos não verbais e inatos, além de um sistema numérico exato, este de natureza verbal e culturalmente determinado. Adultos, bebês, crianças pré-escolares

e primatas não-humanos parecem compartilhar um sistema de processamento numérico aproximado para números não simbólicos, tais como coleções de pontos ou sequências de tons. Estudos comportamentais com humanos adultos implicam uma ligação entre essas habilidades numéricas não simbólicas e o processamento numérico simbólico. Por exemplo, efeitos similares de distância na precisão e no tempo de reação para arranjos de pontos e numerais arábicos.

INTERAÇÃO E INTEGRAÇÃO ENTRE NUMEROSIDADE E LINGUAGEM

Em um estudo com crianças entre dois e dois anos e meio, Wynn (1992a) produziu resultados extremamente esclarecedores sobre pelo menos um dos aspectos da integração entre os sistemas do senso numérico inato e o da linguagem. Ao usar uma tarefa numérica a qual ela chamou de “dê um número”, as crianças eram requisitadas a dar a um fantoche (que falava com ela) 1 a 6 itens de uma pilha de animais de brinquedo. Mesmo as crianças mais novas (dois anos e meio) deram um objeto quando solicitadas a dar um objeto e nenhuma criança deu um objeto quando solicitada a dar dois, três ou quatro objetos, mostrando uma clara compreensão de as palavras número indicam numerosidades. Entretanto, a despeito deste conhecimento inicial, as crianças levaram aproximadamente um ano inteiro a mais para aprender quais palavras se referem a quais numerosidades.

Wynn (1992b) encontrou que uma criança de dois anos e meio pode, de fato, conhecer a cardinalidade de pequenos conjuntos subitizáveis de itens como, por exemplo, que 3 é mais que 2 e menos que 4, sem saber, necessariamente, que o último número de uma contagem indica a numerosidade (a cardinalidade). As crianças mais novas (dois anos e meio) mesmo que ainda estivessem começando a aprender a contar, foram bem sucedidas quando requeridas a dar apenas um brinquedo ao fantoche, bem sucedidas algumas vezes quando requeridas a dar 2 animais e quase sempre deram um punhado de brinquedos ao serem requisitadas a dar de três a cinco animais, quase nunca recorrendo à contagem. Por outro lado, as crianças de três anos e meio tenderam a contar os itens de uma pilha à medida que os davam ao fantoche e sempre paravam na palavra número

pedida, tendo sido bem sucedidas até a numerosidade de três ou quatro (veja Tabela 1).

Em suma, Wynn (1992b) mostrou que por volta de três anos e meio de idade as crianças já imputam um significado às palavras número que de alguma forma está ligada à numerosidade, isto é, à cardinalidade, quando esta está dentro do seu alcance de contagem.

OS CIRCUITOS NEURAIIS DO COMPORTAMENTO NUMÉRICO

Tabela 1: O desenvolvimento da compreensão dos números na criança e a rotina de contagem (WYNN, 1990, 1992).

Idade (em anos)	Compreensão das palavras número e rotinas de contagem
2-2,5	“Um” designa ‘um indivíduo’. Dois, três, ..., seis... designa “um grupo”
2,5- 3, 25	“Um” designa “um indivíduo” “Dois” designa um grupo composto “um indivíduo mais outro indivíduo” Três,...seis,...designa “outros grupos acima de dois elementos”
3,25- 3,5	“Um” designa ‘um indivíduo’. Dois, três, ..., seis... designa “um grupo” “Três” designa um “grupo composto de um indivíduo, outro indivíduo, e ainda um outro indivíduo”. Quatro, ... seis ... designa “um outro grupo além do grupo “Dois” e do grupo “Três”.
3,5 a adulto	Cada palavra-número designa um “grupo de indivíduos”. O grupo designado por cada palavra-número contém “um indivíduo a mais” que o grupo designado pela palavra-número anterior na rotina de contagem.

Fonte: adaptada de Spelke (2003).³

Finalmente, essas assinaturas comportamentais de um senso numérico básico, filogeneticamente herdado, são corroboradas por evidências de uma “assinatura neurológica” que revelam a existência de substratos neurais sobre os quais se assenta o comportamento numérico. Cinco tipos de evidências neurológicas suportam a ideia de que porções bilaterais do córtex parietal inferior, particularmente a porção horizontal do sulco

³ SPELKE, E. S. What makes humans smart? In: GENTNER, D.; GOLDIN-MEADOW, S. Advances in the investigation of language and thought. Cambridge, MA: MIT Press, 2003.

intraparietal, intimamente ligada ao processamento espacial (GREFKES; FINK, 2005; HUBBARD et al., 2005), desempenham um papel, se não específico, crucial na representação numérica. Vejamos, pois, um resumo de parte da literatura sobre neurocognição numérica, a partir de um enfoque histórico.

A NEUROPSICOLOGIA DOS NÚMEROS: ESTUDOS DE LESÃO CEREBRAL

No início do século XX, Lewandowsky e Stadelmann (1908, apud ARDILA; ROSSELLI, 2002), forneceram o primeiro relato detalhado de um paciente cujos danos focais nas áreas visuais do cérebro (córtices occipito-temporais) induziram a distúrbios seletivos de cálculo. O paciente podia fazer cálculos mentais, mas tinha severas dificuldades na leitura dos símbolos aritméticos. Esse estudo constituiu um marco da neuropsicologia e da neurocognição matemática por produzir evidência de que distúrbios de cálculo podem ser diferentes e dissociadas de distúrbios de linguagem.

Ainda em 1919, o neurologista sueco Solomon E. Henschen (1847-1930), interessado nas afasias e no processamento visual, descobriu que danos focais nos córtex parietal prejudicavam com relativa seletividade o cálculo matemático (HENSCHEN, 1919, apud ARDILA; ROSSELLI, 2002). Em 1925, Henschen revisou 305 casos da literatura juntamente com 67 de seus pacientes e confirmou que lesões focais em certas áreas cerebrais do hemisfério esquerdo próximas, mas distintas daquelas envolvidas na linguagem, prejudicavam cálculos matemáticos preservando a linguagem e a música (HENSCHEN, 1925, apud ARDILA; ROSSELLI, 2002). Henschen reportou que a terceira convolução (giro) do córtex frontal inferior corresponderia ao centro da pronúncia dos números, ao passo que duas áreas posteriores no córtex parietal inferior, particularmente no giro angular (área de Brodman BA39) estariam envolvidas mais especificamente no processamento numérico: a parte mais infero-posterior do giro angular (mais próxima dos córtices visuais no giro occipital) seria o centro da “escrita dos números”, ao passo que a área superior do giro angular envolvendo a fissura intraparietal seria o centro da “leitura dos números”. Henschen foi quem cunhou o termo “acalculia”, usado até hoje na neuropsicologia. Assim, os estudos de Henschen sugeriram sistemas

neurais independentes que pareciam especialmente engajados em aspectos específicos na aritmética básica e estabeleceram de uma vez por todas as bases das futuras pesquisas neurológicas sobre processamento dos números (ARDILA; ROSSELLI, 2002).

O neurologista alemão Hans Berger (1873-1941), responsável pelo primeiro uso da técnica de eletroencefalograma (EEG) em humanos, também foi o primeiro a introduzir a distinção entre acalculia primária e secundária (BERGER, 1926, apud ARDILA; ROSSELLI, 2002). Conforme Berger, a acalculia primária ou pura, também chamada de “anaritmia”, se caracterizaria pela perda de conceitos numéricos e da habilidade de compreender e executar operações aritméticas básicas, ao passo que a acalculia secundária compreenderia déficits no cálculo decorrentes de outros déficits cognitivos não específicos dos números, isto é, de déficits de domínio mais geral, tais como memória, linguagem etc. Portanto, os estudos de Berger e sua nomenclatura proposta, representam a primeira distinção clara entre déficits de cálculo de natureza mais especificamente numérica e déficits de cálculo decorrentes de prejuízos cognitivos na linguagem ou na memória.

Outro neurologista, o austríaco Josef Gerstmann (1887-1969) propôs, com base em inúmeros estudos de prejuízos na cognição matemática decorrentes de danos cerebrais, que a acalculia primária resultaria de lesões no giro angular esquerdo e estaria sistematicamente associada com a agrafia, desorientação espacial esquerda-direita e agnosia digital. A acalculia primária juntamente com este conjunto de sintomas não matemáticos constituem uma única síndrome que, desde então, é chamada de “síndrome de Gerstmann” e faz parte do repertório de avaliações neuropsicológicas até os dias de hoje.

Em 1961, Hecaen e colegas (HÉCAEN; ANGELERGUES; HOUILLIER, 1961 apud ARDILA; ROSSELLI, 2002) publicaram um extenso trabalho que investigou 183 pacientes com lesões retro-rolândicas, isto é, danos nas áreas cerebrais posteriores, excluindo-se os pacientes com danos frontais. Hecaen e seus colaboradores identificaram três tipos principais de distúrbios de cálculo: (1) alexia e agrafia para números, associada ou não com palavras; (2) acalculia espacial, distúrbio da organização espacial dos dígitos que leva a erros de cálculo, mas com preservação dos números e dos fatos aritméticos (frequentemente associada com heminegligên-

cia espacial e inversões de números); (3) anaritmética (acalculia primária), déficit básico na habilidade matemática computacional que parece refletir déficits conceituais dos números, excluindo alexia e agrafia para números e acalculia espacial. Entretanto, assim como todos os outros autores reportados, Hecaen e seus colegas (1961) não supõem um déficit isolado dos conceitos numéricos e operações aritméticas. É importante notar também que Hecaen, Angelergues e Houillier também fornecem uma descrição de acalculia primária mais seletiva do que a síndrome de Gerstmann ao propor que a anaritmética pode ser encontrada sem estar associada à agrafia para números e acalculia espacial.

Resumindo esta breve incursão histórica dos déficits matemáticos em estudos de lesão cerebral, podemos concluir que a anaritmética ou acalculia primária é um déficit básico da habilidade computacional dos números. Ela corresponde a uma incapacidade de compreender quantidades e fazer comparações e estimativas numéricas, isto é, perda de conceitos numéricos e uso de regras de cálculo para executar operações aritméticas básicas. Os déficits de cálculo na anaritmética são encontrados em operações escritas e orais, com preservação da linguagem, conhecimento dos números, da contagem e outros fatos aritméticos memorizados verbalmente. Portanto, tornou-se largamente conhecido e aceito na neurologia que a anaritmética/acalculia primária adquirida está associada com danos no giro angular esquerdo do lobo parietal desde os estudos de Henschen (ARDILA; ROSSELLI, 2002) e representa danos a um sistema conceitual genuinamente numérico que independe da linguagem. Em suma, embora danos linguísticos normalmente causem sérios prejuízos à aritmética, danos em áreas não linguísticas podem causar sérios prejuízos em aspectos conceituais básicos dos números, os quais desencadeiam prejuízos no cálculo, independentes da preservação da linguagem.

Juntando-se esses achados históricos aos estudos neuropsicológicos mais recentes, podemos resumir a neurocognição dos números nos parágrafos que se seguem.

Primeiro, lesões parietais em adultos podem causar danos seletivos da compreensão e operações com números preservando a linguagem (DEHAENE; COHEN, 1997; LEMER et al., 2003; DELAZER et al., 1999). Reciprocamente, o número pode ser seletivamente preserva-

do na presença de severos déficits no processamento de outras categorias de palavras em um paciente com lesões parietais e linguagem preservada (DEHAENE; COHEN, 1997) que, apesar de não ser capaz de dizer qual o número médio de dois números apresentados, chegando a responder que entre o 1 e 3 ficava o 7 (tarefa de bissecção numérica), mas conseguia realizar a bissecção com letras, dias da semana, meses, ou notas de uma escala musical. Mais intrigante ainda é um estudo recente de três pacientes com extensa lesão nas áreas linguísticas perissilvianas e grave quadro de afasia, incluindo afasia de expressão, severo agramatismo tanto na linguagem oral quanto escrita e apenas uma pequena compreensão léxica, que ainda assim preservou a matemática até mesmo mais complexa, incluindo operações com dois e três dígitos e operações com parênteses, do tipo: $(3 \times 3) - 6$ (VARLEY et al., 2005).

Segundo, comparações entre as bases cerebrais do número em culturas diferentes indicam que o envolvimento do sulco intraparietal é, de fato, universal. Se a matemática fosse uma atividade exclusivamente cultural envolvendo uma arquitetura cerebral eminentemente cultural, seria de se esperar uma considerável variação das áreas cerebrais envolvidas em função do aprendizado, educação e cultura. Relatórios clínicos de vários lugares do mundo, entretanto, confirmam que as lesões que ocasionam a discalculia adquirida ou acalculia, assim como as áreas de ativação neural durante tarefas numéricas em indivíduos sadios, estão sistematicamente associadas à região parietal inferior (DEHAENE; DEHAENE-LAMBERTZ; COHEN, 1998).

Terceiro, estudos sobre a discalculia do desenvolvimento⁴ indicam a contribuição altamente específica do sulco intraparietal para o processamento do número (TEMPLE, 1989; BUTTERWORTH, 1999). As pessoas afetadas precisam confiar em estratégias verbais laboriosas mesmo em tarefas tão simples como determinar que nove é maior do que três, ou que um pato possui duas pernas. A discalculia do desenvolvimento já foi relacionada a um dano cerebral precoce restrito a uma pequena região do córtex parietal inferior (LEVY; REIS; GRAFMAN, 1999).

⁴ Discalculia do desenvolvimento é um déficit congênito específico na percepção numérica e no aprendizado da matemática escolar. Ele afeta de 5% a 6% das crianças que, à despeito de um quociente de inteligência (QI) completamente normal, ausência de qualquer dificuldade na aquisição da leitura e da escrita e de boa escolarização, nunca adquirirão o conceito de número.

A NEUROCOGNÇÃO NUMÉRICA EM ESTUDOS DE NEUROIMAGEM

Estudos recentes de neuroimagem (DEHAENE et al., 2003) e técnicas neurofisiológicas utilizando EEG (DEHAENE, 1996; KIEFER; DEHAENE, 1997) mostram que o segmento horizontal do sulco intraparietal, bilateralmente (DEHAENE et al., 2003), é a área de maior ativação em indivíduos sadios enquanto desempenham vários tipos de tarefas numéricas simbólicas, como comparação numérica (identificação do maior de dois números), aproximação numérica e operações aritméticas básicas mais complexas de dois dígitos (HUBBARD et al., 2005). O sulco intraparietal em ambos os hemisférios é uma área de integração multimodal espaço-temporal das informações visuais, auditivas e motoras e na cognição matemática esta área está envolvida na convergência multimodal da entrada de informação simbólica e não simbólica (processamento perceptivo dos objetos e seus atributos espaço-temporais) no processamento matemático (FEIGENSON; DEHAENE; SPELKE, 2004). O envolvimento do sulco intraparietal nos conceitos numéricos básicos, tanto nos estudos de lesão quanto nos de neuroimagem, reforçam os achados psicológicos no sentido de que, não obstante a participação crucial da linguagem na aritmética exata, o conceito numérico básico é um sistema cognitivo não linguístico, de natureza espaço-temporal e, portanto, supramodal (HUBBARD et al., 2005).

AS BASES NEURAIS DO SENSO NUMÉRICO EM BEBÊS SÃO AS MESMAS DOS ADULTOS

Cantlon et al. (2006), usando a ressonância magnética funcional (fMRI) em crianças de quatro anos de idade e adultos enquanto estes observavam arranjos de elementos que podiam variar tanto em número quanto apenas na forma local dos elementos, mostraram que ambos apresentaram maior resposta do sulco intraparietal para arranjos visuais que desviavam do estímulo padrão no seu número de elementos do que para estímulos que desviavam na forma local do elemento. Esta é a primeira evidência de que os circuitos neurais da cognição numérica conhecidos no adulto já ocorrem desde muito cedo no desenvolvimento, antes da experiência simbólica sofisticada, em consonância com as evidências comportamentais aqui reportadas e discutidas.

Usando o mesmo procedimento de Wynn (1992), com modificações e em combinação com a técnica de potenciais relacionados a eventos (PRE), Berger e Tzur (2006) mediram a ativação eletrofisiológica diferencial no escalpo de bebês de seis a nove meses durante as tarefas e compararam essas ativações com as de adultos observando equações matemáticas simbólicas corretas e incorretas. Além de os bebês terem olhado por menos tempo para as equações corretas do que para as incorretas, como esperado, o cérebro dos bebês mostraram potenciais negativos em sincronia com as apresentações da solução significativamente diferente para as equações incorretas. Mais interessante ainda é que o padrão de ativações no cérebro dos bebês foi semelhante ao dos cérebros dos adultos.

Estudo um pouco mais recente realizado por Izard, Dehaene-Lambertz e Dehaene (2008), produziu resultados bastante interessantes. É sabido que o cérebro humano possui áreas cerebrais diferentes para o processamento dos atributos de identidade dos objetos (cor e forma), localizadas ventralmente nos córtices occipito-temporais inferiores, ao passo que o processamento viso-espacial e de movimento é servido por um sistema dorsal nas áreas occipito-parietais superiores (LENT, 2001; ANDRADE, 2006a). Conforme vimos, o processamento numérico, de natureza espaço temporal é dependente de uma área específica deste sistema dorsal, particularmente o sulco intraparietal bilateralmente (DEHAENE et al., 2003). Izard, Dehaene-Lambertz e Dehaene (2008) registraram os potenciais elétricos em bebês de apenas três meses de idade, evocados tanto por mudança na identidade dos objetos quanto na sua cardinalidade em um dado arranjo observado. Usando um modelo 3D da cabeça do bebê, Izard, Dehaene-Lambertz e Dehaene (2008) reconstruíram as fontes corticais destas respostas eletrofisiológicas e, da mesma forma que nos adultos, as mudanças de identidade do objeto e de número foram distintas, revelando uma organização básica ventral/dorsal já definida no cérebro dos bebês. Como nos adultos, a identidade do objeto nos bebês é codificada ao longo de um circuito ventral nos lobos temporais, ao passo que as mudanças de numerosidade ativaram uma rede parieto-pré-frontal, mas, principalmente no hemisfério direito. Estes resultados não somente enfatizam a continuidade desenvolvimental do senso numérico como também apontam para uma propensão funcional inata na organização cerebral.

Finalmente, muitas espécies animais respondem à numerosidade, tanto em experimentos com treinamento de tipo “escolha de acordo com o modelo” (*matching to sample*) quanto espontaneamente, em experimentos de busca manual por alimentos humanos (HAUSER et al., 2003; HAUSER; SPELKE, 2004) semelhantes àqueles desenvolvidos com bebês (FEIGENSON; CAREY, 2003). Vários estudos já usaram registros neurofisiológicos de populações neuronais utilizando múltiplos eletrodos implantados diretamente no cérebro de macacos, revelando um sistema parieto-frontal seletivamente ativado pelos números, particularmente nas vizinhanças do sulco intraparietal em uma área homóloga ao do sulco intraparietal do cérebro dos humanos (para uma revisão, veja NIEDER, 2005).

DISCUSSÃO

Todos os humanos, independente de sua cultura e educação, possuem uma compreensão intuitiva de número (DEHAENE, 1997). Com base na literatura aqui revisada, somos da opinião de que os estudos da AEC, mais especificamente aqueles que utilizam delineamentos experimentais baseados no paradigma da equivalência, sugerem que, de fato, há uma capacidade numérica independente de linguagem que possibilita a realização de tarefas numéricas simples e com arranjos com pequeno número de elementos.

Nas últimas décadas, a investigação sistemática dos precursores das habilidades numéricas nos animais e bebês humanos tem lançado luzes sobre as origens da aritmética culturalmente construída. Investigações comportamentais têm revelado que animais como ratos, pombos e macacos podem extrair a numerosidade aproximada de grupos de objetos visuais e auditivos. A numerosidade é representada pelos animais independentemente de outros parâmetros tais como tamanho ou forma do objeto (HAUSER; SPELKE, 2004; para uma breve revisão em português veja ANDRADE 2006a, 2006b e PRADO, 2010).

Eloquentes evidências comportamentais de imagem cerebral e neurofisiológicas obtidas de bebês e adultos humanos e também de primatas não humanos, convergem no sentido de sugerirem que o conhecimento do número é uma competência evoluída do cérebro dos animais e humanos,

com uma base cortical no córtex intraparietal bilateralmente (HUBBARD et al., 2005; FEIGENSON; DEHAENE; SPELKE, 2004). A hipótese do senso numérico postula que este sistema cerebral já está disponível desde muito cedo no desenvolvimento, em bebês tão novos quanto três meses de idade e guia o aprendizado dos numerais e da aritmética na infância e a aquisição da matemática complexa adulta. As evidências comportamentais e neurológicas deste sistema numérico não podem ser atribuídas a uma reação atencional de domínio geral à novidade ou à familiaridade.

Assim, um sólido corpo de evidências produzidas por criteriosas investigações científicas da psicologia e da neurociência vêm suportar o intuicionismo matemático de Poincaré, para quem o verdadeiro raciocínio matemático se originaria da intuição de número, a única intuição passível de certeza (NOGUEIRA, 2006). Como vimos no início do capítulo, a intuição do número é, para Poincaré, simplesmente uma faculdade básica “de conceber que uma unidade pode agregar-se a um conjunto de unidades” (POINCARÉ, 1943, p. 37, apud NOGUEIRA, 2006, p. 143).

As evidências não suportam o logicismo piagetiano, no qual o conceito de número é o resultado de um longo período de construções lógicas sensório-motoras, surgindo somente após os seis ou sete anos de idade; também não suportam o logicismo proposicional de Vygotsky, no qual o conceito de número também surge com as generalizações complexas dependente da linguagem. Ao contrário, as evidências ressaltam a continuidade entre filogênese e ontogênese do senso numérico, apontando para tendências funcionais na organização cerebral que podem canalizar para áreas restritas do cérebro o aprendizado subsequente.

Esse senso numérico inato, entretanto, é baseado em dois mecanismos cognitivos numéricos supramodais, isto é, respondem a números da modalidade do estímulo (visual, auditiva etc.). Um sistema é exato, mas limitado à apreensão súbita de três ou quatro elementos, chamado subitização. O outro é aproximado, para numerosidades maiores. Assim, ambos os sistemas são muito limitados e estão longe da aritmética exata para grandes numerosidades e mais distantes ainda da matemática complexa culturalmente construída. A existência de um senso numérico de natureza perceptiva espaço-temporal é consistente em parte com a posição de Piaget de que a linguagem não era tudo. Entretanto, em crianças mais velhas e

nos adultos, esse sistema numérico de natureza não verbal é suplementado pela aquisição da linguagem, como os símbolos para quantidades, as rotinas de cálculo (algoritmos), etc., que possibilitam o desenvolvimento da matemática culturalmente construída.

Com relação à linguagem, os recursos que esta possibilita têm sido implicados na cognição matemática de diversas formas (SPELKE, 2003). Uma forma possível é que as palavras-números fornecem uma base para se aprender a manipular as quantidades grandes que não podem ser apreendidas com precisão pela percepção numérica e com precisão cada vez maior. (BLOOM, 2000). Outra forma, esta bastante óbvia, é a linguagem poder representar um código por meio do qual as computações matemáticas são realizadas (SPELKE, 2003; CAREY, 2004). Esses papéis da linguagem para a matemática exata e mais sofisticada parecem ficar evidentes em culturas nas quais a ausência de palavras número parece resultar na limitação da cognição numérica à enumeração exata até três objetos e enumeração aproximada em arranjos acima de três (GORDON, 2004; PICA et al., 2004). Há também os que argumentam que existem fortes paralelos entre a sintaxe da linguagem natural e a estrutura da Matemática (HAUSER; CHOMSKY; FITCH, 2002). Uma discussão detalhada das evidências e propostas mais recentes da cognição numérica foge ao escopo desta revisão, merecendo um artigo específico.

De qualquer modo, como evidenciam vários estudos (PRADO et al., 2006; LEMER, 2003; veja ANDRADE, 2006a), é bastante provável que a habilidade de raciocinar sobre conjuntos numéricos grandes (entender que ao retirar dois objetos de uma coleção de 20 restarão 18), é impossível sem a posse de uma língua natural com palavras-número para grandes quantidades. Há um consenso atual de que a competência linguística nos possibilita ir além das outras espécies animais na aritmética e em outros domínios, porque nos permite desenvolver um sistema simbólico que sustenta o cálculo exato e a matemática sofisticada. Esse consenso originou a visão atual de que a aritmética surge a partir da integração de dois sistemas, um verbal que dá origem às palavras-número e ao sistema simbólico e um sistema de representação não verbal ou não simbólica, de natureza espaço-temporal das numerosidades (SPELKE, 2003; CAREY, 2004; WYNN, 1992; FEIGENSON; DEHAENE; SPELKE, 2004). Em

outras palavras, sem a linguagem o que nos resta são os mecanismos de percepção numérica exata, até três ou quatro elementos e a aproximada, que estão presentes nos bebês humanos bem como em primatas, ratos e outros animais (NIEDER, 2005). Nesse sentido, a proposta da voz interna ou fala egocêntrica, de Vygotsky, pode possuir um considerável mérito, pois os sistemas numéricos inatos de natureza não-verbal necessitam ser suplementados pela linguagem para a criação de símbolos para quantidades, das rotinas de cálculo (algoritmos), etc. Neste aspecto o logicismo ganha força.

Nesse sentido, o fato de o comportamento matemático culturalmente construído envolver a integração do senso numérico, baseado em mecanismos sensorio-perceptivos ou discriminativos, com o sistema linguístico, isto é um tanto consistente com a noção de que o comportamento matemático é um comportamento verbal controlado discriminativamente pelos atributos numéricos do ambiente (DE ROSE, 2010), mas somente se considerarmos o comportamento matemático verbal como uma consequência do senso numérico e não o contrário. De qualquer modo, as evidências não nos permitem desprezar o papel fundamental dos sistemas cognitivos inatos que constituem o senso numérico nem a importância da sistematização da contagem e dos algoritmos no aprendizado da aritmética exata.

As evidências apontam na direção de uma visão conciliatória que assume o papel fundamental de um intuicionismo matemático e uma percepção numérica básica (percepção exata de grandes quantidades e aproximada de grandes quantidades) na definição de número e pensamento matemático, mas a qual necessita ser suplementada pelos recursos simbólicos e lógico-proposicionais da linguagem no desenvolvimento da matemática complexa culturalmente construída. Esta interação entre os sistemas numéricos básicos e inatos e a linguagem parece constituir o *tertium* almejado por Piaget para a definição de número e desenvolvimento do pensamento matemático, uma terceira visão capaz de conciliar as duas das principais correntes do pensamento matemático (logicismo *versus* intuicionismo).

Finalmente, o fato de o comportamento matemático ser crucialmente dependente do senso numérico e este, por sua vez, ser uma capacidade inata servida por um substrato neural relativamente específico localizado no sulco intraparietal, alterações congênitas sutis envolvendo essa área podem acarretar um prejuízo do desenvolvimento normal das compe-

tências numéricas na presença de outros domínios praticamente intactos. Este é o caso já mencionado da discalculia do desenvolvimento (TEMPLE, 1989; BUTTERWORTH, 1999). Entretanto, as abordagens pedagógicas e psicopedagógicas que não admitem a existência de quaisquer circuitos neurais e operações mentais inatas subjacentes aos domínios culturalmente construídos e seu aprendizado, uma vez que nestas concepções os sistemas neurocognitivos são todos construídos pela experiência, também não admitem nenhuma dificuldade de aprendizagem de ordem congênita, exceto nos casos de lesões orgânicas diagnosticáveis (ANDRADE, 2006a). Em geral, acredita-se que as dificuldades de aprendizagem são determinadas por insuficiências no processo de comunicação (sendo a linguagem o parâmetro do desenvolvimento que é mais influenciado pelos “fatores sociais” do aprendizado) ou uma motivação insuficiente causada, frequentemente, pela posição em que se encontra o estudante, ou de sujeito alienado ou de sujeito criativo (ANDRADE, 2006a). Dessa forma, fatalmente negligenciaremos uma significativa parcela da população que necessita de atendimento psicopedagógico especializado com conhecimento das dificuldades específicas e intervenções mais adequadas para cada caso.

REFERÊNCIAS

- AGOSTINHO, S. *Confissões*. São Paulo: Editora Nova Cultural, 1999.
- AGUIAR, A.; BAILLARGEON, R. 2.5-month-old infants' reasoning about when objects should and should not be occluded. *Cognitive psychology*, v. 39, n. 2, p. 116-157, 1999.
- ANDRADE, P. E.; PRADO, P. S. T. Psicologia e neurociência cognitivas: alguns avanços recentes e implicações para a educação. *Interação em Psicologia*, v. 7, p. 73-80, 2003.
- ANDRADE, P. E. Uma abordagem evolucionária e neurocientífica da música. *Neurociências*, v. 1, n. 1, p. 21-33, 2004.
- ANDRADE, P. E. A teoria socioculturalista de Vygotsky e o papel da linguagem na formação de conceitos: o que a psicologia experimental e a neurociência têm a nos dizer. *Neurociências*, v. 3, p. 158-178, 2006a.
- ANDRADE, P. E. O desenvolvimento cognitivo da criança: o que a psicologia experimental e a neurociência têm a nos dizer. *Neurociências*, v. 3, p. 98-118, 2006b.

- ARDILA, A.; ROSSELLI, M. Acalculia e dyscalculia. *Neuropsychology review*, v. 12, n.4, p. 179-231, 2002.
- BARTH, H.; KANWISHER, N.; SPELKE, E. The construction of large number representations in adults. *Cognition*, v. 86, p. 201-221, 2003.
- BERGER, A.; TZUR, G. Infant brains detect arithmetic errors. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, v. 103, n. 33, p. 12649-12653, 2006.
- BLOOM, P. *How children learn the meanings of words*. Cambridge: The MIT Press, 2000.
- BURGO, O. G. O. *O ensino e a aprendizagem do conceito de número na perspectiva piagetiana: uma análise da concepção de professores da educação infantil*. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, UEM, Maringá, 2007.
- BUSSAB, V. S. R. Fatores hereditários e ambientais no desenvolvimento: a adoção de uma perspectiva interacionista. *Psicologia: Reflexão e Crítica*, v. 13, p. 233-243, 2000.
- BUTTERWORTH, B. *The Mathematical Brain*. Londres: MacMillan, 1999.
- CANTLON, J.F. et al. *Functional imaging of numerical processing in adults and 4-y-old children*. Epub, 2006.
- CAREY, S. Do constraints on word meaning reflect prelinguistic cognitive architecture? *The Japanese journal of cognitive science*, v. 4, p. 35-58, 1997.
- _____. Evidence for numerical abilities in young infants: a fatal flaw? *Developmental Science*, v. 5, p. 202-205, 2002.
- _____. Bootstrapping and the origins of concepts. *Daedalus*. Cambridge: The MIT Press, p. 59-68, 2004.
- CARVALHO NETO, M. B. Análise do comportamento: behaviorismo radical, análise experimental do comportamento e análise aplicada do comportamento. *Interação em Psicologia*, v. 6, p. 13-18, 2002.
- COHEN, L. B.; MARKS, K. S. How infants process addition and subtraction events. *Developmental Science*, v. 5, p. 186-201, 2002.
- CORDES, S. et al. Variability signatures distinguish verbal from nonverbal counting for both large and small numbers. *Psychonomic bulletin & review*, v. 8, n. 4, p. 698-707, 2001.
- DE ROSE, J. C. C. Prefácio. In: CARMO, J. S.; PRADO, P. S. T. (Org.). *Relações simbólicas e aprendizagem da matemática*. Santo André: Esetec Editores Associados, 2010. p. 7-12.

_____. Classes de estímulos: implicações para uma análise comportamental da cognição. *Psicologia: teoria e pesquisa*, v. 9, n. 2, p. 283-303, 1993.

DEHAENE, S. *The number sense*. New York: Oxford University Press, 1997.

_____. The organization of brain activations in number comparison: event-related potentials and the additive-factors method. *Journal of Cognitive Neuroscience*, v. 8, p. 47-68, 1996.

DEHAENE, S.; COHEN, L. Cerebral pathways for calculation: double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex*, p. 219-50, 1997.

DEHAENE, S.; DEHAENE-LAMBERTZ, G.; COHEN, L. Abstract representations of numbers in the animal and human brain. *Trends in Neuroscience*, 1998.

DEHAENE, S.; DUPOUX, E.; MEHLER, J. Is numerical comparison digital? analogical and symbolic effects in two-digit number comparison. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, v. 16, n. 3, p. 626, 1990.

DEHAENE, S. et al. Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, v. 20, n. 3-6, p. 487-506, 2003.

DELAZER, M. et al. Numerical skills and aphasia. *Journal of the International Neuropsychological Society*, p. 213-21, 1999.

DESCARTES, R. *O discurso do método*. Ediouro, 1986. (Coleção Universidade).

DRACHENBERG, H. B. Um estudo experimental sobre aquisição do conceito de número. In: CARMO, J. S.; PRADO, P. S. T. (Org.). *Relações simbólicas e aprendizagem da matemática*. Santo André: Esetec Editores Associados, 2010. p. 29-48.

ELLIOT, A. J. *A Linguagem da Criança*. Rio de Janeiro, Zahar, 1982.

FANTZ, R. L. Visual experiences in infants: decreased attention to familiar patterns relative to novel ones. *Science*, 1964.

FEIGENSON, L.; CAREY, S. Tracking individuals via object files: evidence from infants' manual search. *Developmental Science*, v. 6, p. 568-584, 2003.

FEIGENSON, L.; CAREY, S.; HAUSER, M. The representations underlying infants' choice of more: object files vs. analog magnitudes. *Psychological Science*, v. 13, n. 2, p. 150-156, 2002.

FEIGENSON, L.; DEHAENE, S.; SPELKE, E. S. Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, v. 7, n. 8, p. 307-314, 2004.

- FODOR, J. *The Modularity of Mind*. Cambridge: The MIT Press, 1983.
- FUSON, K. C. *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer-Verlag, 1988.
- GALLISTEL, C. R.; GELMAN, R. Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, v. 44, n. 1, p. 43-74, 1992.
- GAZZANIGA, M. S.; HEATHERTON, T. F. *Ciência psicológica: mente, cérebro e comportamento*. Porto Alegre: Artmed, 2005.
- GELMAN, R. Cognitive development. In: PASHLER, H.; MEDIN, D. L. (Org.). *Stevens' handbook of experimental psychology*. 3. ed. New York: Wiley, 2002.
- GELMAN, R.; BUTTERWORTH, B. Number and language: how are they related? *Cognitive Science*, v. 9, p. 6-10, 2005.
- GORDON, P. Numerical cognition without words: evidence from Amazonia. *Science*, 2004.
- GREEN, G. A tecnologia de controle de estímulo no ensino de equivalências número quantidade. In: CARMO, J. S.; PRADO, P. S. T. (Org.). *Relações simbólicas e aprendizagem da matemática*. Santo André: Esetec Editores Associados, 2010, p. 49-68.
- GREFKES, C.; FINK, G. R. Review: the functional organization of the intraparietal sulcus in humans and monkeys. *Journal of anatomy*, v. 207, n. 1, p. 3-17, 2005.
- HAUSER, M. D.; CHOMSKY, N.; FITCH, W. T. The faculty of language: what is it, who has it, and how did it evolve? *Science*. 2002.
- HAUSER, M. D. et al. Evolutionary foundations of number: spontaneous representation of numerical magnitudes by cotton-top tamarins. *Proceedings of the Royal Society of London B: Biological Sciences*, v. 270, p. 1441-1446, 2003.
- HAUSER, M. D.; SPELKE, E. S. Evolutionary and developmental foundations of human knowledge: a case study of mathematics. In: GAZZANIGA, M. *The cognitive neurosciences*, Cambridge: The MIT Press, 2004.
- HÉCAEN, H.; ANGELERGUES, R.; HOUILLIER, S. Les variétés cliniques des acalculies au cours des lésions rétro-rolandiques: approche statistique du problème. *Revue Neurologique*, v. 105, p. 85-103, 1961.
- HELMHOLTZ, H. V. *Treatise on physiological optics*. Trad. J. P. C. Southall. New York: Dover, 1962

- HUBBARD et al. Interactions between number and space in parietal cortex. *Nature Reviews Neuroscience*, v. 6, p. 435-448, 2005.
- HUNTLEY-FENNER, G.; CAREY, S; SOLIMANDO, A. Objects are individuals but stuff doesn't count: perceived rigidity and cohesiveness influence infants' representations of small numbers of discrete entities. *Cognition*, v. 85, p. 203-221, 2002.
- IZARD, V.; DEHAENE-LAMBERTZ, G; DEHAENE, S. Distinct cerebral pathways for object identity and number in human infants. *PLoS biology*, v. 6, n. 2, p. e11, 2008.
- KAMII, C. *A criança e o número*. Campinas, SP: Papirus, 1995.
- KAMII, C.; DECLARK, G. *Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. Campinas, SP: Papirus, 1986.
- KELLER, F. S.; SCHOENFELD, W. N. *Princípios de psicologia*. São Paulo: EPU, 1974.
- KIEFER, M.; DEHAENE, S. The time course of parietal activation in single-digit multiplication: evidence from event-related potentials. *Mathematical Cognition*, v. 3, p. 1-30, 1997.
- KOBAYASHI, T. et al. Baby arithmetic: one object plus one tone. *Cognition*, v. 91, n. 2, p. B23-B34, 2004.
- KOECHLIN, E.; Dehaene, S.; Mehler, J. Numerical transformations in five-month-old human infants. *Mathematical cognition*, v. 3, n. 2, p. 89-104, 1997.
- KUHL, P. K. Early language acquisition: cracking the speech code. *Nature reviews neuroscience*, v. 5, p. 831-843, 2004.
- LEMER, C. et al. Approximate quantities and exact number words: dissociable systems. *Neuropsychologia*, p. 1942-1958, 2003.
- LENT, R. *Cem bilhões de neurônios: conceitos fundamentais de neurociência*. São Paulo: Atheneu, 2001.
- LEVY, L. M.; REIS, I. L.; GRAFMAN, J. Metabolic abnormalities detected by 1H-MRS in dyscalculia and dysgraphia. *Neurology*, p. 639-641, 1999.
- LIMA, L. O. *Piaget: sugestões aos educadores*. Petrópolis: Vozes, 1999.
- LIMA, L. O. *Mutações em educação segundo Mc Luhan*. 8. ed., Petrópolis: Vozes, 1975.
- LIPTON, J. S.; SPELKE, E. S. Origins of number sense: large-number discrimination in human infants. *Psychological Science*, v. 14, p. 396-401, 2003.

- LIPTON, J. S.; SPELKE, E. S. Discrimination of large and small numerosities by human infants. *Infancy*, v. 5, p. 271-290, 2004.
- LURIA, A. R. *Cognitive development: its cultural and social foundations*. Cambridge: Cambridge University Press, 1976.
- MAGALHÃES, C. M. C.; GALVÃO, O. F. Pré-requisitos do comportamento matemático: análise experimental do comportamento de contar. In: CARMO, J. S.; PRADO, P. S. T. (Org.). *Relações simbólicas e aprendizagem da matemática*. Santo André: Esetec Editores Associados, 2010. p. 95-158.
- MANDLER, G.; SHEBO, B. J. Subitizing: an analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology: general*, v. 111, p. 1-21, 1982.
- MATOS, M. A. O behaviorismo metodológico e suas relações com o mentalismo e o behaviorismo radical. In: BANACO, R. A. *Sobre comportamento e cognição: aspectos teóricos, metodológicos e de formação em análise do comportamento e terapia cognitivista*. São Paulo: ARBytes, 1997.
- MELTZOFF, A. N. Imitation as a mechanism of social cognition: origins of empathy, theory of mind, and the representation of action. In: U. Goswami (Org.). *Handbook of childhood cognitive development*. Oxford: Blackwell Publishers, p. 6-25, 2002.
- MIX, K. S. Similarity and numerical equivalence: Appearances count. *Cognitive Development*, v. 14, n. 2, p. 269-297, 1999.
- MONTOYA, D. Pensamento e linguagem: percurso piagetiano de investigação. *Psicologia em Estudo*, v. 11, p. 119-127, 2006.
- NIEDER, A. Counting on neurons: the neurobiology of numerical competence. *Nature Reviews Neuroscience*, v. 5, p. 177-190, 2005.
- NOGUEIRA, C. M. I. A definição de número: uma hipótese sobre a hipótese de Piaget. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, v. 87, n. 216, p. 1-20, 2006.
- NOGUEIRA, C.; BELLINI, M.; BURGO, O. A construção do conceito de número na perspectiva piagetiana: o que pensam os professores. *Teoria e Prática da Educação*, v.10, p. 349-361, 2007.
- PIAGET, J. A Construção do Real na Criança. Rio de Janeiro: Zahar, 1970a.
- PIAGET, J. O Nascimento da Inteligência na Criança. Rio de Janeiro: Zahar, 1970b.
- PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. *A gênese do número na criança*. Rio de Janeiro: Zahar, 1981.

- PICA, P. et al. Exact and approximate arithmetic in an Amazonian indigene group. *Science*, v. 306, p. 499-503, 2004.
- PINEL, P. et al. Modulation of parietal activation by semantic distance in a number comparison task. *Neuroimage*, v. 14, p. 1013-1026, 2001.
- PINKER, S. *The language instinct: how the mind creates language*. New York: Harper Perennial, 1994.
- PRADO, P. S. et al. Contagem e equiparação de conjuntos: um estudo correlacional. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). *Núcleos de ensino*. São Paulo: Editora UNESP, v. 3, p. 348-372, 2006.
- PRADO, P. S. T. *Ensinando o conceito de número: contribuições do paradigma de rede de relações*. 2001. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, 2001.
- PRADO, P. S. T. Números e linguagem. In: CARMO, J. S.; PRADO, P. S. T. (Org.). *Relações simbólicas e aprendizagem da matemática*. Santo André: Esetec Editores Associados, 2010, p. 273-303.
- ROSSIT, R. A. S.; GUALBERTO, P. M. A. Avaliação e planejamento para o ensino do comportamento de manusear dinheiro. In: CARMO, J. S.; PRADO, P. S. T. (Org.). *Relações simbólicas e aprendizagem da matemática*. Santo André: Esetec Editores Associados, 2010, p. 227-252.
- SAPIR, E. *Language*. New York: Harcourt, Brace, 1921.
- SEIDL-DE-MOURA, M. L. (Org.). *O bebê do século XXI e a psicologia em desenvolvimento*. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2004, v. 1, p. 292.
- SIDMAN, M. Reading and auditory-visual equivalences. *Journal of speech and hearing research*, v. 14, p. 5-13, 1971.
- SIMON, T. J.; HESPOS, S. J.; ROCHAT, P. Do infants understand simple arithmetic? a replication of Wynn. *Cognitive development*, v. 10, n. 2, p. 253-269, 1995.
- SKINNER, B. F. *O comportamento verbal*. São Paulo: Cultrix, 1978.
- SPELKE, E. S. Nativism, empiricism, and the origins of knowledge. *Infant Behavior and Development*, v. 21, p. 181-200, 1998.
- SPELKE, E. S. What makes humans smart? In: GENTNER, D.; GOLDIN-MEADOW, S. *Advances in the investigation of language and thought*. Cambridge: MIT Press, 2003.
- STANFORD Encyclopedia of Philosophy. *Plato on Knowledge in the Theaetetus*. 2005. Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/entries/plato-theaetetus>>. Acesso em: 17 fev. 2009.

STANFORD Encyclopedia of Philosophy. *Wilhelm von Humboldt*.

2007. Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/entries/wilhelm-humboldt/#LatWriGenComLin>>. Acesso em: 17 Fev. 2008.

STARKEY, P. The early development of numerical reasoning. *Cognition*, v. 43, p. 93-126, 1992.

STARKEY, P.; COOPER, R. G. J. Perception of numbers by human infants. *Science*, v. 210, p. 1033-1035, 1980.

STARKEY, P.; SPELKE, E. S.; GELMAN, R. Numerical abstraction by human infants. *Cognition*, v. 36, n. 2, p. 97-127, 1990.

TEIXEIRA, A. M. S. Componentes verbais do repertório matemático elementar. In: CARMO, J. S.; PRADO, P. S. T. (Org.). *Relações simbólicas e aprendizagem da matemática*. Santo André: Esetec Editores Associados, 2010. p. 159-172.

TEMPLE, C. M. Digit dyslexia: a category-specific disorder in developmental dyscalculia. *Cognitive Neuropsychology*, v. 6, p. 93-116, 1989.

TRICK, L.; PYLYSHYN, Z. W. Why are small and large numbers enumerated differently? a limited capacity preattentive stage in vision. *Psychological review*, v. 101, p. 80-102, 1994.

VAN DE WALLE, G.; CAREY, S.; PREVOR, M. Bases for object individuation in infancy: evidence from manual search. *Journal of cognition and development*, v. 1, p. 249-280, 2000.

VARLEY, R. A. et al. Agrammatic but numerate. *Proceedings of National Academy of Science of the United States of America*, p. 3519-24, 2005.

VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R. A criança e seu comportamento. In: _____. *A história do comportamento: o macaco, o primitivo e a criança*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R. *Studies on the history of behavior: ape, primitive man, & child*. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 1993.

VYGOTSKY, L. *Thought and language*. Boston: MIT Press, 1986.

WHORF, B. L. *Language, thought and reality*. Cambridge, MA: MIT Press, 1956.

WYNN, K. Addition and subtraction by human infants. *Nature*, v. 358, p. 749-750, 1992a.

_____. Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive psychology*, v. 24, p. 220-251, 1992b.

_____. Children's understanding of counting. *Cognition*, v. 36, n. 2, p. 155-193, 1990.

_____. Do infants have numerical expectations or just perceptual preferences? *Developmental Science*, v. 2, p. 207-209, 2002.

_____. Infants' individuation and enumeration of actions. *Psychological Science*, v. 7, n. 3, p. 164-169, 1996.

XU, F.; SPELKE, E. S.; GODDARD, S. Number sense in human infants. *Developmental Science*, v. 8, p. 88-101, 2005.

XU, F.; SPELKE, E. S. Large number discrimination in 6-month old infants. *Cognition*, v. 74, 2000.

SOBRE OS AUTORES

FABIANA SILVA RIBEIRO

Psicóloga. Doutoranda em Psicologia Básica pela Universidade do Minho, Portugal. Bolsista do CNPq.

FLÁVIA HELOÍSA DOS SANTOS

Psicóloga. Doutora em Psicobiologia pela Universidade Federal de São Paulo (Unifesp). Docente do Programa de Pós-Graduação em Psicologia do Desenvolvimento e Aprendizagem da Unesp, Campus de Bauru. Investigadora da Universidade do Minho, Portugal.

JOÃO DOS SANTOS CARMO

Psicólogo. Doutor em Educação pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar). Professor Adjunto do Departamento de Psicologia e do Programa de Pós-Graduação em Psicologia da UFSCar. Líder do grupo de pesquisa Análise do Comportamento e Ensino-Aprendizagem da Matemática (ACEAM) e pesquisador do Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia sobre Comportamento, Cognição e Ensino (INCT-ECCE).

JOSÉ CARLOS MIGUEL

Licenciado em Matemática. Doutor em Educação pela Unesp. Professor Assistente Doutor do Departamento de Didática e do Programa de Pós-graduação, da Unesp (Campus de Marília). Atualmente ocupa o cargo de Diretor da Faculdade de Filosofia e Ciências da Unesp (Campus de Marília).

JULIANA MOLINA

Psicóloga. Doutoranda pelo Programa de Pós-Graduação em Ciências Aplicadas à Pediatria da Universidade Federal de São Paulo (Unifesp).

MARIA DO CARMO DE SOUSA

Licenciada em Matemática. Doutora em Educação Matemática pela Universidade de Campinas (Unicamp). Professora adjunta na UFSCar. Foi docente da Unesp (Campus de Presidente Prudente).

MARINA CURY TONOLI

Graduanda em Psicologia pela Unesp (Campus de Assis), Bolsista da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (Fapesp).

PAULO ADILSON DA SILVA

Psicólogo. Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Psicologia da Unesp (Campus de Assis).

PAULO ESTEVÃO ANDRADE

Músico e professor de musicalização infantil. Autodidata e pesquisador em neurociência cognitiva. Pesquisador dos grupos “Neurociências e Comportamento: Memória, Plasticidade, Envelhecimento e Qualidade de Vida”, “Linguagem, Aprendizagem, Escolaridade” e do grupo ACEAM.

PAULO SÉRGIO TEIXEIRA DO PRADO

Pedagogo. Doutor em Psicologia Experimental pela Universidade de São Paulo (USP). Professor do Departamento de Psicologia da Educação, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (Unesp, Campus de Marília). Membro da Sociedade Brasileira de Psicologia (SBP).

ROSANA SATIKO KIKUCHI

Psicóloga. Atua nas áreas de neuropsicologia e psicologia hospitalar.

SOBRE O LIVRO

Formato	16 x 23 cm
Tipologia	Adobe Garamond Pro
Papel	Polén soft 85g/m2 (miolo) Cartão Supremo 250g/m2 (capa)
Acabamento	Grampeado e colado
Tiragem	300
Catálogoação	Telma Jaqueline Dias Silveira - CRB- 8/7867
Revisão/ Normalização:	Flávia Alves Calado Karenina Machado Pedro Augusto Marrafa
Capa	Edevaldo D. Santos
Diagramação	Edevaldo D. Santos
Assessoria técnica	Maria Rosangela de Oliveira - CRB-8/4073
Produção gráfica:	Giancarlo Malheiro Silva

2016

Impressão e acabamento

Gráfica Campus
Unesp - Marília - SP

Diálogos sobre ensino-aprendizagem da matemática abordagens pedagógica e neuropsicológica

Esta obra revela o empenho de seus organizadores em divulgar trabalhos científicos desenvolvidos por eles e por outros pesquisadores brasileiros sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática. A divulgação feita por eles não se restringe à organização de livros como este, mas também na promoção de eventos, como os Colóquios sobre Ensino e Aprendizagem Matemática, na realização de palestras e comunicações orais, e na publicação de artigos científicos e capítulos de livros.



ISBN 978-85-7983-749-4



9 788579 837494